

УДК 622.02 532.5

## О НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРУЕМОМ СОСТОЯНИИ В УСЛОВИЯХ СОЛЯНОКУПОЛЬНОЙ ТЕКТониКИ

А.А. Баймухаметов<sup>1</sup>, Н.И. Мартынов<sup>2</sup>, М.А. Рамазанова<sup>3</sup>, А.Г. Танирберген<sup>4</sup>, Б.А. Танирберген<sup>5</sup>

<sup>1</sup> доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник,

<sup>2</sup> доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник

<sup>3,4</sup> кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник, <sup>5</sup> программист  
Институт математики и математического моделирования (Алматы), Казахстан

**Аннотация.** Проведено численное моделирование формирования соляных диапиров в температурном поле. Оценено напряженно-деформируемое состояние осадочного комплекса, соляных куполов и подсолевого ложа. Определены зоны возможных коллекторов нефти и газа, которые коррелируют с данными нефтегазовой разведки. Показано, что коллектора нефти и газа приурочены к областям повышенных термоградиентов.

**Ключевые слова:** гравитационная неустойчивость, приближение Буссинеска, соляной диапир, напряженно-деформируемое состояние, термоградиент, коллектора нефти и газа.

### Введение.

Изучение формирования солянокупольных структур и мантийных диапиров имеет большое научное и практическое значение, поскольку с последним связано распределение месторождений нефти и газа, а также полезных ископаемых в земной коре. Соляные структуры используются в качестве подземных хранилищ нефти и газа, а также «хранилищ-консерваторов» термоядерных отходов.

Модель Релей-Тейлоровской неустойчивости, учитывающая инверсию плотностей горных пород и основанная на базовых уравнениях ползущих течений Стокса неоднородной несжимаемой жидкости, позволяет с помощью компьютерного моделирования не только оценить характерное время формирования соляного диапиризма, но и дать развернутую во времени количественную оценку основных параметров данного процесса, что затруднительно осуществить другими методами.

В Казахстане многие задачи солянокупольной тектоники были поставлены академиком Ж.С. Ержановым, и под его руководством решены учениками. Были разработаны и обоснованы несколько численных методов, позволяющих корректно проследить эволюцию поверхности раздела слоев вплоть до образования соляных линз. Численное моделирование позволило провести детальный анализ механизма формирования солянокупольных структур, выявить закономерности и особенности их формирования, описать фазы развития и виды основных характеристик в зависимости от различных физико-геометрических параметров среды. В [7] подведен итог этих многолетних исследований.

В работах [4,6] показана возможность существования мелкомасштабной тепловой конвекции в верхних горизонтах земной коры. Последняя оказывает существенное влияние на распределение и формирование соляных диапиров в осадочном чехле.

В настоящем исследовании обсуждаются результаты численного моделирования напряженно-деформированного состояния осадочного комплекса и подсолевого ложа, формирования нефтегазовых ловушек. Показано, что области нефтегазовых ловушек приурочены к повышенным термическим градиентам. Для простоты авторы ограничились двумерным случаем.

### Математическая модель и ее реализация.

Система уравнений, описывающая двумерное движение вязкой несжимаемой жидкости в поле силы тяжести и перенос тепла в системе координат  $Ox_1x_2$  (ось  $Ox_2$  направлена вертикально вверх), имеет вид:

$$\rho \frac{\partial V_i}{\partial t} + \rho V_k \frac{\partial V_i}{\partial x_k} = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} - \rho g, \quad \sigma_{ij} = \mu \varepsilon_{ij} = \mu \left( \frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i} \right), \quad (1)$$

$$\frac{\partial V_k}{\partial x_k} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} (\rho V_k) = 0, \quad (3)$$

$$\rho C_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + V_k \frac{\partial T}{\partial x_k} \right) = \frac{\partial}{\partial x_k} \left( k \frac{\partial T}{\partial x_k} \right) + \sigma_{ik} \dot{\epsilon}_{ik}, \quad (i, k = 1, 2) \quad (4)$$

Здесь  $\sigma_{ik}$  – девиатор напряжений,  $\dot{\epsilon}_{ik}$  – тензор скоростей деформации,  $p$  – давление,  $V_k$  – компоненты скорости,  $g$  – ускорения силы тяжести,  $\rho$  – плотность,  $C_p$  – удельная теплоемкость при постоянном давлении,  $k$  – коэффициент теплопроводности,  $T$  – абсолютная температура.

Система уравнений (1)-(4) замыкается уравнением состояния, отражающим зависимости плотности и вязкости от температуры и давления. Из результатов работ [9,10] следует, что в верхних горизонтах земной коры плотность и динамическая вязкость практически не зависят от давления, а их величины определяются значением абсолютной температуры. С высокой степенью точности жидкость можно принять ньютоновской. В качестве уравнения состояния для плотности принимается линейное соотношение:

$$\rho = \rho^* (1 - \alpha(T - T_*)), \quad (5)$$

где  $\rho^*$  – невозмущенная плотность, зависящая от химического состояния материала или плотности при температуре  $T_0$ . Кроме того, сохраняется динамическая вязкость локальной жидкой частицы:

$$\frac{\partial \mu}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} (\mu V_k) = 0 \quad (6)$$

Далее воспользуемся приближением Буссинеска: зависимость плотности от температуры учитывается только в выражении для архимедовой силы в уравнении импульса (1). Коэффициенты  $k, C_p, \alpha$  приняты постоянными во всей области и равными их средним значениям для горных пород:  $k = 2,4 \text{ Вт} / (\text{м} \cdot \text{с}^0)$ ,  $C_p = 1,1 \text{ кДж} / \text{кг} \cdot \text{с}^0$ ,  $\alpha = 2 \cdot 10^{-5} \text{ с}^0$ . В приведенных ниже расчетах плотности осадочного чехла и подсолевого ложа полагались равными:  $\rho_1 = \rho_3 = 2,6 \text{ г} / \text{см}^3$ , плотность каменной соли (галита)  $\rho_2 = 2,2 \text{ г} / \text{см}^3$ , а  $T_*$  полагалась равной нулю (по Цельсию).

Обозначим характерные параметры индексом нуль. Положим,  $\rho_0 = \rho_1, \mu_0 = \mu_1 = \rho_1 \nu_1$ . За характерную скорость и время примем:  $u_0 = k / H_0 \rho_0 C_p, t_0 = H_0 / u_0$ . Здесь  $H_0$  – характерный размер области. Отнесем давление к  $p_0 = \rho_0 g H_0$ , а температуру к  $T_0$ . Тогда система уравнений в безразмерных переменных запишется в виде:

$$0 = -Ra \frac{\partial p}{\partial x_1} + 2 \frac{\partial}{\partial x_1} \left( 2\mu \frac{\partial V_1}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left\{ \mu \left( \frac{\partial V_1}{\partial x_2} + \frac{\partial V_2}{\partial x_1} \right) \right\}, \quad (7)$$

$$0 = -Ra \left( \frac{\partial p}{\partial x_2} + \rho^* (1 - \alpha_0 T) \right) + \frac{\partial}{\partial x_1} \left\{ \mu \left( \frac{\partial V_1}{\partial x_2} + \frac{\partial V_2}{\partial x_1} \right) \right\} + 2 \frac{\partial}{\partial x_2} \left( \mu \frac{\partial V_2}{\partial x_2} \right), \quad (8)$$

$$\frac{\partial V_1}{\partial x_1} + \frac{\partial V_2}{\partial x_2} = 0, \quad (9)$$

$$\frac{\partial \rho^*}{\partial t} + V_1 \frac{\partial \rho^*}{\partial x_1} + V_2 \frac{\partial \rho^*}{\partial x_2} = 0, \quad (10)$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial t} + V_1 \frac{\partial \mu}{\partial x_1} + V_2 \frac{\partial \mu}{\partial x_2} = 0, \quad (\mu = \rho^* \nu), \quad (11)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + V_1 \frac{\partial T}{\partial x_1} + V_2 \frac{\partial T}{\partial x_2} = \frac{1}{\rho^*} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial x_2^2} \right) + \text{Div} \left( 2 \left( \frac{\partial V_1}{\partial x_1} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial V_2}{\partial x_2} \right)^2 + \left( \frac{\partial V_1}{\partial x_2} + \frac{\partial V_2}{\partial x_1} \right)^2 \right). \quad (12)$$

Здесь  $\alpha_0 = \alpha T_0$ ; число Релея  $Ra = gH_0^3 \rho_0 C_p / (\nu_0 k)$ ; число Прандтля  $Pr = \nu_0 \rho_0 C_p / k$ ; безразмерный параметр диссипации  $Di = \nu_0 k / (T_0 H_0^2 C_p \rho_0)$ . Число Прандтля входит множителем  $Pr^{-1}$  в левую часть безразмерных уравнений импульса (7), (8). При характерном перепаде температур  $T_0 = 300^\circ C$  имеет порядок  $10^{23}$ , поэтому левые части уравнений (7), (8) можно положить равными нулю. Число Релея  $Ra$  имеет порядок  $10^4$ , а  $Di \approx 10^{-6}$ .

В работе [5] утверждается, что при малых скоростях можно пренебречь диссипацией, но из методических соображений при разработке численного метода она была оставлена. К системе уравнений (7) – (11) добавляются начальные и граничные условия. При  $t = 0$  задаются распределения  $\rho^*$ ,  $\mu$  и температуры  $T$ . Граничные условия могут быть разнообразными. В данном исследовании на боковых стенках ставились условия скольжения, а на верхней и нижней стенках – условия прилипания. Кроме того, на нижней стенке задавалась температура  $T(x)$ , а на верхней стенке температура полагалась равной нулю (по Цельсию).

Для расчета чисто динамической задачи формирования соляных структур авторами был разработан и реализован численный метод [7]. В тепловой задаче (7)-(12) в уравнениях импульса добавляется член, пропорциональный температуре, и уравнение (12), выражающее баланс энергии с соответствующими граничными и начальными условиями. Поэтому алгоритм расчета динамической части остается прежним (в дискретных уравнениях импульса добавляется архимедова сила, связанная с температурой, которая определяется в центре ячейки). Уравнение энергии аппроксимировано неявной абсолютно устойчивой схемой переменных направлений, которая реализуется продольно-поперечной немонотонной прогонкой. При этом конвективные члены в левой части уравнения (12) аппроксимировались схемой против потока, гарантирующей ее монотонность.

Реализация разностной начально-краевой задачи (7)-(12) проводится следующим образом. При  $t = 0$  известны начальные значения плотности, динамической вязкости и температуры, по которым вычисляются объемные силы в уравнениях импульса. Разрешается разностный аналог уравнений (7)-(11), позволяющий определить значения компонентов скорости и давления в начальный момент времени, а также распределение вязкостей и плотностей на первом временном слое. Разрешается разностный аналог уравнения (12), который дает распределение температуры по пространству на первом временном шаге. Затем процесс повторяется, и вычисления проводятся до необходимого временного слоя.

**Расчет напряженно-деформированного состояния.** На фоне гидростатического давления, обусловленного залеганием слоёв горных пород, процесс формирования соляного диапиризма происходит за счет изменения во времени напряженно-деформированного состояния слоёв горных пород и сопровождается образованием повышенных и пониженных зон концентраций напряжений и деформаций. Каменная соль (галит) представляет собой достаточно пластичный материал. Осадочный чехол и подсолевое ложе (на небольших отрезках времени) являются хрупкими горными породами, механизмом разрушения которых являются хрупкое растрескивание (разрушение), сопровождающееся дилатансией.

Именно благодаря тому, что горные породы обладают хрупким разрушением, в зонах повышенных концентраций напряжений происходит разрушение с образованием порового пространства, снимаются избыточные напряжения. В результате образуются локальные зоны пониженных напряжений (нефтегазовые ловушки), куда и мигрируют находящиеся в пластах горных пород углеводороды. Для соляных куполов нефтегазовые ловушки формируются в областях их крыльев (надкрылового и подкрылового пространства), а также в области подкупольного пространства подсолевого ложа, что было обнаружено глубинным бурением соляных диапиров.

При расчете на прочность горных пород обычно используется критерий прочности, достаточный для практики, который гласит: если девиатор касательных напряжений  $\tau$  меньше определенного предела  $\tau_{np}$ , то разрушение горной породы не происходит; если девиатор касательных напряжений  $\tau$  больше или равен  $\tau_{np}$ , то происходит разрушение горной породы. Для плоской деформации он выглядит так:

$$\tau = \sqrt{(\sigma_{22} - \sigma_{11})^2 + 4\sigma_{12}^2} \leq \tau_{np}$$

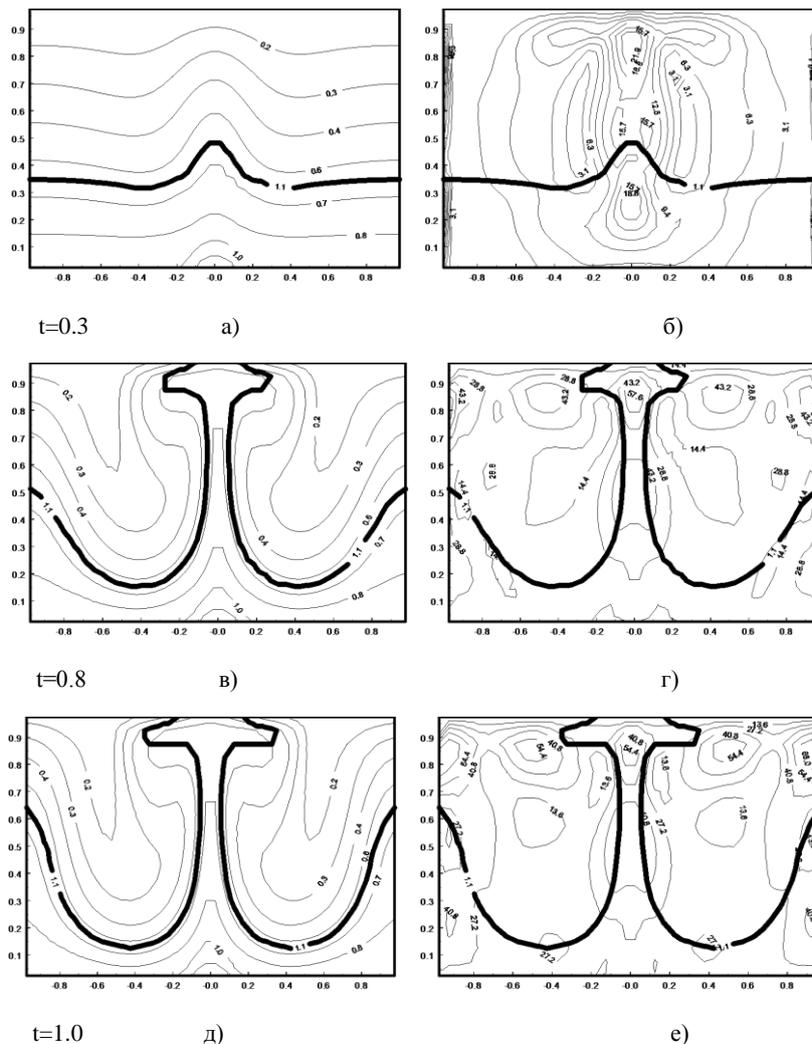
Заметим, что  $\tau_{np} \ll \tau_T = 0.1G$ , где  $\tau_T$  – теоретическая прочность при сдвиге,  $G$  – модуль сдвига верхнего горизонта земной коры. Условие  $\tau_{np} \ll \tau_T = 0.1G$  связано с тем, что в кристаллических твердых телах имеются дефекты – дислокации, трещины и их комбинации, что и понижает практический предел прочности горных пород относительно теоретического.

Принята следующая схема расчета. Во-первых, численным моделированием определяется поле давлений, скоростей и температуры. Затем численным дифференцированием (через центральные разности на разнесенных сетках) строятся поля напряжений  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$ ,  $\sigma_{12}$  и  $\tau$ . Выделяются зоны повышенных концентраций девиатора касательных напряжений и по ним определяются наиболее вероятные зоны нефтегазовых ловушек. Для изотропного упругого (вязкого) тела тензоры напряжений и деформаций (тензоры скоростей деформации) соосны. Поэтому зонам повышенных или пониженных напряжений соответствуют зоны повышенных или по-

ниженных компонент тензора деформаций (тензора скоростей деформаций). Следовательно, достаточно выделить зоны концентраций напряжений. Схема расчета пространственной модели аналогична плоской (с соответствующим пересчетом девиатора касательных напряжений для пространственного случая). В данном исследовании авторы ограничились рассмотрением плоской модели с выделением нефтегазовых ловушек на основе оценки зон, где максимален девиатор касательных напряжений.

**Результаты численного моделирования.** На рисунках 1а-1е показано формирование основного соляного диапира и вторичных диапиров в различные моменты безразмерного времени. Первоначальное распределение температуры по пространству было задано линейной функцией вертикальной координаты. На верхней стенке поддерживалась нулевая температура, на нижней –  $250^{\circ}\text{C}$ . В двух точках расчетной сетки, моделирующих локальный источник тепла, температура задавалась на  $50^{\circ}\text{C}$  выше. Первоначальная граница раздела – прямая линия. Кроме того, на рисунках 1а, 1в, 1д изображены изотермы  $T=\text{const}$ , а на рисунках 1б, 1г, 1е изображены изолинии девиатора касательных напряжений  $\tau = \text{const}$ .

Расчеты показали, что величина компонент напряжений для развитой фазы примерно в 2-2,5 раза больше, чем для менее развитой фазы. Верхняя часть надкупольного пространства и самого купола представлена растягивающими горизонтальными напряжениями и сжимающими вертикальными напряжениями. Нижняя часть купола представлена сжимающими напряжениями. Нижняя центральная часть купола характеризуется примерно одинаковой интенсивностью вертикальных напряжений, а наибольшее различие в интенсивности характерно для её периферийной части. Величина касательных напряжений изменяется в 1-1,5 раза, что связано с формированием вихревой зоны. Следует отметить, что распределение напряжений во времени согласуется с механизмом и формированием соляного купола. Аналогичная картина наблюдается в области формирования периферийных куполов.



Динамические вязкости слоев:  $\mu_1 = 10^{18} \text{ П}$ ,  $\mu_2 = 5 \cdot 10^{17} \text{ П}$

Рис. 1. Формирование диапиров во времени (двухслойная модель) и распределение изотерм и изолиний девиатора касательных напряжений

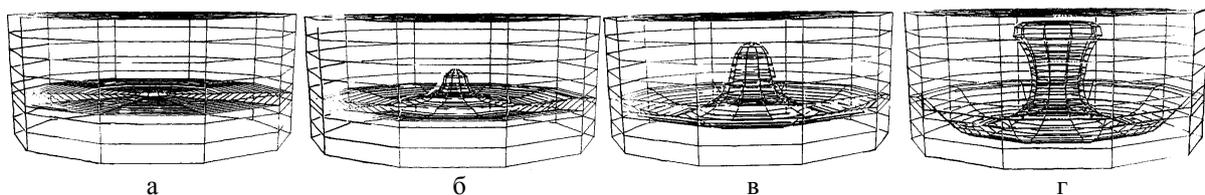


Расчеты показали, что на формирование диапиров существенное влияние оказывают локальные источники тепла. При нулевой начальной температуре в осадочном чехле изотермы изгибаются в процессе формирования диапиров, но остаются в теле куполов. Это говорит о том, что процесс гравитационной неустойчивости преобладает над тепловыми эффектами.

На рисунках 2а-2е показана эволюция формирования соляного диапира в глубоко залегающих осадочных комплексах (на глубинах 6-15 км).

Первоначальное распределение температуры по пространству было задано линейной функцией вертикальной координаты. На верхней стенке поддерживалась нулевая температура, на нижней –  $380^{\circ}\text{C}$ . В трех точках расчетной сетки, моделирующей локальный источник тепла, температура задавалась на  $70^{\circ}\text{C}$  выше. Рисунки 2а, 2в, 2д дают представление о распределении изотерм как в осадочном чехле, так и в теле купола и подсолевого ложа. Рисунки 2б, 2г, 2е дают представление о распределении изолиний девиаторов касательных напряжений. Как видно из этих рисунков, термические градиенты оказывают существенное влияние на формирование подсолевого ложа, сильно деформируя подкупольное пространство (области границ раздела галит-подкупольных осадочных пород). В подсолевом ложе наблюдаются обширные области, в которых повышены достаточно большие по абсолютной величине девиаторы касательных напряжений. В нижней центральной части купола за счет динамического давления и повышенной температуры осуществляется значительный подсос подсолевого ложа. Поэтому, если в подсолевом ложе присутствуют большие запасы углеводородов, то вследствие дилатансии они будут мигрировать в центральную часть подкупольного пространства. Количественная оценка этих объемов позволяет определить вероятные запасы углеводородов.

Отметим, что численный метод с небольшими изменениями переносится на осесимметричные и трехмерные задачи, а с небольшими модификациями – и на задачи по расчету астеносферного диапиризма [1, 2, 8].



$$\mu_1 = 5 \cdot 10^{18} \text{ П}, \quad \rho_1 = 2.6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3, \quad h_1 = 6000 \text{ м}, \quad \mu_2 = 10^{18} \text{ П}, \quad \rho_2 = 2.2 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3, \quad h_2 = 3000 \text{ м}, \quad R = 18000 \text{ м}.$$

Рис. 3. Формирование осесимметричного купола в различные моменты безразмерного времени:

$$а - \bar{t} = 0, \quad б - \bar{t} = 0,5, \quad в - \bar{t} = 0,7, \quad г - \bar{t} = 1,0$$

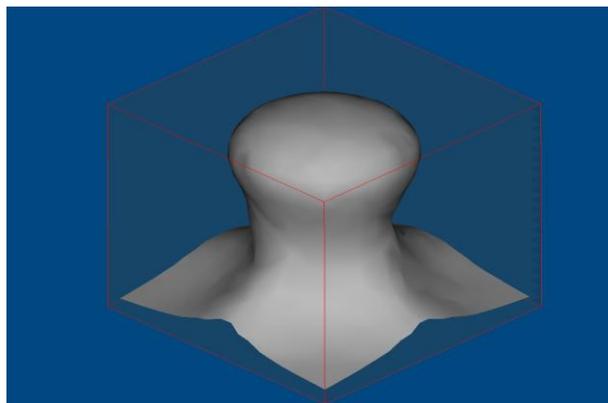


Рис. 4. Сформировавшийся соляной купол в момент безразмерного времени  $t=0.5$  (пространственная модель)

$$\mu_1 = 5 \cdot 10^{18} \text{ П}, \quad \rho_1 = 2.6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3, \quad h_1 = 6000 \text{ м}, \quad \mu_2 = 10^{18} \text{ П}, \quad \rho_2 = 2.2 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3, \quad h_2 = 3000 \text{ м}.$$

На рисунках 3а-3г показана чисто динамическая эволюция (тепловые эффекты не учитывались) осесимметричного формирования соляного купола в различные моменты безразмерного времени, а на рисунке 4 изображен сформировавшийся чисто динамический пространственный соляной купол в момент безразмерного времени 0,5 ( $h_1, h_2$  – мощности,  $\rho_1, \rho_2$  – плотности,  $\mu_1, \mu_2$  – динамические вязкости осадочного чехла и каменной соли соответственно).

Расчеты как чисто динамических, так и тепловых осесимметричных и пространственных моделей показали те же закономерности формирования коллекторов нефти и газа, которые имеют место для плоских моделей, но имеются и различия. Результатам этих исследований будет посвящено отдельное исследование.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Баймухаметов, А. А. Механика формирования астеносферного диапиризма / А. А. Баймухаметов, Н. И. Мартынов, А. Г. Танирбергенов // Материалы международной научной конференции «Актуальные проблемы механики и машиностроения», посвященной 80-летию академика А. Н. Тюреходжаева, 2014. – т.2. – С. 96–102.
2. Баймухаметов, А. А. Численное моделирование астеносферного диапиризма / А. А. Баймухаметов, Н. И. Мартынов, А. Г. Танирбергенов // Известия НАН РК, 2014. – сер. физ.-мат. – №2. – С. 267–275.
3. Жантаев, Ж. Ш. О характере изменения мощности земной коры в зависимости от величины геотермического градиента / Ж. Ш. Жантаев // Материалы Российско-Казахстанского симпозиума по вопросам геодинамики, 2007. – С. 14–23.
4. Жантаев, Ж. Ш. Формирование соляных диапиров в температурном поле. / Ж. Ш. Жантаев, Н. И. Мартынов, А. Г. Танирбергенов. // Ж. Проблем эволюции открытых систем, 2009. – т.2. – вып.14. – С. 11.
5. Ландау, Л. Д. Гидродинамика. / Л. Д. Ландау, Е. Н. Лифшиц – М.: Наука, 1986. – С. 736.
6. Мартынов Н.И. Влияние температурных градиентов на формирование соляных диапиров. / Н. И. Мартынов, А. Г. Танирбергенов // Труды межд. науч.-практ. конф. «Механика и строительство транспортных сооружений», посв. 75-лет. акад. НАН РК Айталиева Ш. М., 2010. – С. 273–276.
7. Мартынов, Н. И. Численное моделирование условий формирования солянокупольных структур в земной коре. / Н. И. Мартынов, А. Г. Танирбергенов // Математический журнал, 2006. – т. 6. – №1 (191). – С. 67–73.
8. Baimukhametov, A. A. Numeral design of asthenospheric diapirism with phase transiions / A. A. Baimukhametov, N. I. Martynov, A. G. Tanirbergenov. // Science and world, 2014. – № 9 (13). – P. 15–22.
9. Karato, S. Grain size distribution and rheology of the upper mantle / S. Karato // Tectonophysics. – 1984. – v.104. – p. 155-176.
10. Ranalli, G. Difussion creep, dislocation creep and mantle rheology / G. Ranalli, B. Fisher // Phys. Earth Planet Inter., 1984. – v. 34. – p. 77-84.

Материал поступил в редакцию 24.03.15.

## STRESS-STRAIN STATE UNDER CONDITIONS OF SALT-DOME TECTONICS

A.A. Baimukhametov<sup>1</sup>, N.I. Martynov<sup>2</sup>, M.A. Ramazanova<sup>3</sup>, A.G. Tanirbergenov<sup>3</sup>, B.A. Tanirbergenov<sup>4</sup>

<sup>1</sup> Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Chief Scientist,

<sup>2</sup> Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Chief Scientist,

<sup>3</sup> Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Leading Researcher, <sup>4</sup> Programmer  
Institute of Mathematics and Mathematical Modelling (Almaty), Kazakhstan

**Abstract.** Numerical simulation of the salt diapirs formation in the temperature field is conducted. The stress-deformed state of the sedimentary complex of salt domes and subsalt bottom is evaluated. The zones of possible oil and gas reservoirs correlating with oil and gas prospecting data are determined. This article shows that oil and gas collectors refer to the increased thermogradient areas.

**Keywords:** gravitational instability, Boussinesq approximation, salt diapir, stress-deformed state, thermogradient, oil and gas reservoirs.