

**ПРИНЦИПЫ РАЗРАБОТКИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ КОМПОНОВКИ
ПРОМЫШЛЕННЫХ ОБЪЕКТОВ**

**ИНДУСТРИЯЛЫҚ НЫСАННЫҢ ҚҰРАСТЫРЫЛЫМЫНЫҢ МАТЕМАТИКАЛЫҚ
ҚАЛЫБЫНЫҢ ЗЕРТТЕМЕСІНІҢ ҰСТАНЫМДАРЫ**



**PRINCIPLES FOR THE DEVELOPMENT OF A MATHEMATICAL MODEL LAYOUT
OF INDUSTRIAL FACILITIES**

С.Н. ТОЙБАЕВ, А.Д. АЛГАЗИЕВА
S.N. TOYBAYEV, A.D. ALGAZIYEVA

(Алматинский технологический университет)
(Алматы технологиялық университеті)
(Almaty Tehnological University)
E-mail: botacan_q@mail.ru

Актуальностью данной работы является дискретная и непрерывная компоновка математической модели промышленных объектов. Новизна работы заключается в использовании теории графов, которая позволяет описать структуру проектируемой системы и систему технологических связей. Авторами разработан подход к математическому моделированию компоновки промышленных объектов, основанный на применении обобщенной структуры математической модели и метода автоматизированного формирования ограничений модели и их учета при решении задач компоновки и позволяющий снизить время, затрачиваемое на постановку и решение задачи. Применение экспертных систем дает возможность, во-первых, использовать для формирования ограничений экспертные знания, а во-вторых, добавлять новые ограничения без изменения программного кода. Это приводит к расширению круга задач, решаемого с помощью данного подхода.

Берілген жұмыстың өзектілігі болып өнеркәсіп нысандарының математикалық үлгілерінің үздіксіз және үзiктi (дискреттi) үйлестiру тәсiлi табылады. Жұмыстың жаңашылдығы технологиялық байланыс жүйесінің және жобаланатын жүйенің құрылымдарын сипаттауға мүмкіндік беретін бағдар теориясын пайдаланумен жасалады. Авторлар математикалық үлгінің жалпыланған құрылымын пайдалануға, сондай-ақ үйлестіру тәсілінің мәселелерін шешу кезінде есептеу және үлгінің автоматты шектелу әдістерін қалыптастыруға негізделетін, сонымен қатар мәселені шешуге және орнатуға жұмсалатын уақыт мөлшерін төмендетуге мүмкіндік беретін өнеркәсіп нысандарының математикалық үлгілеріне тәсілдеме құрастырып шығарды. Сараптау жүйесін қолдану, біріншіден, сараптау білімдерінің шектеулерін қалыптастыру үшін пайдалануға, екіншіден, өзгертілмейтін бағдарламалық кодқа жаңа шектеулерді қосуға мүмкіндік береді. Бұл берілген тәсілдеменің көмегімен шешілетін мәселелер аясын кеңейтуге әкеп соғады.

☒ *The relevance of this work is continuous and discrete mathematical model of the layout of industrial facilities. Novelty of this work is to use graph theory, which allows to describe the structure of the designed system and the system of technological linkages. The authors have developed an approach to mathematical modeling of industrial layout objects, based on the application of the generalized structure of the mathematical model and method of automated generation of models and their limitations into account when solving the layout and reduces the time spent on the formulation and solution of the problem. Application of expert systems makes it possible, first, used to generate constraints expertise, and secondly, to add new constraints without changing the code. This leads to a broadening range of problems solved using this approach.*

Ключевые слова: компоновка, моделирование, метод, теория графов, модель.

Негізгі сөздер: орналастыру, модельдеу, әдіс, граф теориясы, үлгі.

Key words: layout, simulation method, graph theory, model.

Введение

Рассмотрев влияние характеристик цеха и статическую или динамическую задачу компоновки, можно сформулировать несколько математических постановок задачи компоновки [1]. Такая постановка статической и динамической задач компоновки может быть основана на нескольких типах моделей, учитывающих комплекс отношений между различными элементами, участвующими в задаче компоновки. Такие модели основаны на различных принципах, которые включают теорию графов [2] или нейронных сетей. Эти модели, как правило, используются для

получения решения задачи компоновки, которую большинство исследователей считают задачей оптимизации с одним или несколькими критериями.

Объекты и методы исследований

Рассмотрим задачу компоновки в виде дискретной задачи оптимизации (рис. 1 а,б). В таком случае, соответствующая задача оптимизации рассматривается как квадратичная задача о назначениях. Площадь цеха разделяется на прямоугольные блоки равной площади и формы, и объекты размещаются внутри блоков [3]. Если объекты имеют разную площадь, они могут занимать несколько блоков [4].

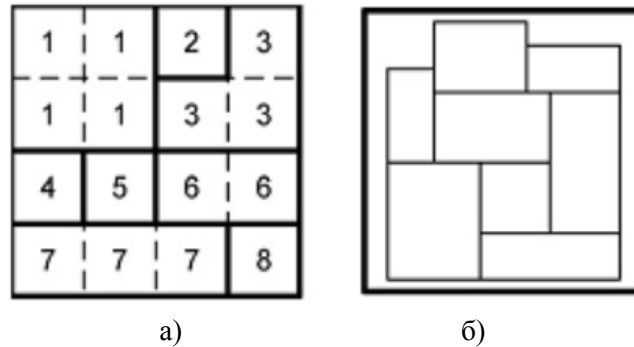


Рисунок 1 - Дискретное и непрерывное представление компоновки

Типовая постановка задачи определения относительного местоположения объектов при

минимизации расходов на транспорт продукта выглядит следующим образом:

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N f_{ik} d_{jl} X_{ij} X_{kl} \rightarrow \min, \tag{1}$$

При $\sum_{i=1}^N X_{ij} = 1, j = \overline{1, N}$ (2)

$$\sum_{j=1}^N X_{ij} = 1, i = \overline{1, N} \tag{3}$$

где: N-количество размещаемых объектов;

f_{ik} -стоимость транспортировки продукта от объекта I к k;

d_{jl} - расстояние между блоками j и l;

$X_{ij} = 0,1$ - переменная для определения местоположения объекта i в блоке j.

Целевая функция (1) представляет собой сумму расходов на транспортировку продукта между каждой парой объектов.

Уравнение (2) гарантирует, что каждый блок содержит только один объект и уравнение (3) гарантирует, что каждый объект размещен только в одном месте.

Дискретное представление задачи компоновки обычно используется для динамической задачи. В этом случае задача заключается в размещении равных по размеру объектов при выполнении следующих ограничений: в каждом блоке размещается

только один объект в каждом периоде, каждый объект размещается только в одном блоке в каждом периоде. Бюджетные ограничения могут быть добавлены для проведения реконфигурации объектов на этаже. Например, расходы на перегруппировку не должны превышать определенного уровня бюджета.

Дискретные представления не подходят для представления точного положения объектов в производственной зоне и не позволяют моделировать соответствующие конкретные ограничения, такие как ориентация объектов, точки погрузки-разгрузки или расстояние между объектами. В таких случаях более подходящим является непрерывное представление.

Во многих работах рассматривается непрерывная задача компоновки (рис. 1б). Она часто рассматривается как задача смешанного целочисленного программирования. Все объекты размещаются в любом месте внутри плоской области, при условии отсутствия пересечений между ними.

Положение объекта в производственной зоне задается либо по координатам центра тяжести x_i, y_i , половине длины L_i и половине ширины w_i , либо по координатам нижнего левого угла, длине L_i и ширине W_i объекта. Расстояние между двумя объектами может быть выражено, например, через прямолинейную норму:

$$d_{ij}((x_i, y_i), (x_j, y_j)) = |x_i - x_j| + |y_i - y_j| \quad (4)$$

$$(x_{jt} - x_{ib})(x_{jb} - x_{it}) \geq 0 \quad (6)$$

$$(y_{jt} - y_{ib})(y_{jb} - y_{it}) \geq 0 \quad (7)$$

где: $(x_{ib}, y_{ib}), (x_{it}, y_{it})$ - координаты соответственно верхнего левого и нижнего правого угла объекта i ; $(x_{jb}, y_{jb}), (x_{jt}, y_{jt})$ - координаты соответственно верхнего левого и нижнего правого угла объекта j .

$$A_{ij} \leq 0, \quad (8)$$

где

$$\begin{aligned} A_{ij} &= \lambda_{ij}(\Delta X_{ij})(\Delta Y_{ij}); \\ \Delta X_{ij} &= \lambda_{ij} \left(\frac{L_i + L_j}{2} \right) - |x_i - x_j|; \\ \Delta Y_{ij} &= \lambda_{ij} \left(\frac{W_i + W_j}{2} \right) - |y_i - y_j|; \\ \lambda_{ij} &= \begin{cases} -1, & \text{при } \Delta X_{ij} \leq 0 \text{ и } \Delta Y_{ij} \leq 0; \\ 1, & \text{в др. случаях} \end{cases}; \end{aligned}$$

W_i, L_i - ширина и длина объекта i ;

(x_i, y_i) - координаты объекта i .

Точки погрузки-разгрузки добавляют ограничения в постановку задачи компоновки. В этом случае расстояние, пройденное продуктом из точки разгрузки объекта i в точку погрузки объекта j , определяется формулой (5):

$$d_{ij} = |x_i^0 - x_j^1| + |y_i^0 - y_j^1| \quad (5)$$

где (x_i^0, y_i^0) - координаты точки разгрузки объекта i , и (x_j^1, y_j^1) координаты погрузки объекта j ,

Определение лучших мест точек погрузки - разгрузки является отдельной задачей, рассмотренной в [1].

Очевидно, что существует ограничение на площадь производственной зоны, то есть общая доступная площадь должна быть больше или равна сумме площадей, занимаемых объектами. Площадь, выделенная под каждый объект на плане этажа должна также принимать во внимание пространство для других ресурсов, которые необходимы для работы объектов. Расстояния между объектами могут быть включены в поверхность объекта.

Другим очень важным ограничением является отсутствие пересечения объектов. Два условия отсутствия пересечения объектов: условие непересечения X-проекции (6) и условие непересечения Y-проекции (7):

В работе для записи этого ограничения определена область пересечения двух объектов A_{ij} . Тогда задача оптимизации компоновки выражается следующим образом: Найти минимум целевой функции, при:

Другие ограничения могут быть также рассмотрены в постановке задачи.

Например, заранее определенная ориентация некоторых объектов. С учетом

таких ограничений, постановка задачи оптимизации может быть следующей:

$$C = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N f_{ij} (|x_j^I - x_i^O| + |y_j^I - y_i^O|) \rightarrow \min \quad (9)$$

где N - количество размещаемых объектов, f_{ij} - стоимость транспортировки продукта от точки разгрузки объекта i до точки загрузки объекта j , (x_i^0, y_i^0) - координаты точки разгрузки объекта i , и (x_j^1, y_j^1) координаты загрузки объекта j

Рассмотрим обобщенную математическую модель компоновки промышленных объектов химических производств. Она включает в себя как общие ограничения, характерные для различных постановок задачи, так и условия, характерные для определенных постановок задачи (например, многоэтажная компоновка, компоновка в ряд, компоновка по отделениям).

Во многих случаях данные, необходимые для решения задачи компоновки, точно не известны. Редко встречаются стохастические подходы такие, как сети обслуживания. Для обработки неточностей или неопределенностей, которые часто встречаются, предложено использовать нечеткую логику.

Существует несколько подходов для проектирования компоновки, основанных на нечетких понятиях.

Чтобы решить проблему размещения объектов неравных размеров на территории завода, эти объекты выражают как отношения между каждой парой объектов нечеткими отношениями описания близости и важности. Эти отношения позволяют аналитику указать важность, связанную с каждой парой объектов, которые будут расположены на любом расстоянии друг от друга.

Рассмотрим задачу размещения n объектов на n фиксированных местах так, чтобы минимизировать общую стоимость транспорта. Данные, влияющие на компоновку, такие как близость связей и интенсивность движения, являются нечеткими и моделируются через лингвистические переменные и нечеткие выводы. Эвристические процедуры, на основе бинарных нечетких отношений, разработанные для выбора и размещения объектов в доступных местах. Некоторые принципы этого подхода также были использованы нами, где рассмотрена задача нахождения лучшего расположения объектов на производственной площадке, основываясь на спецификации внутренних связей между объектами, которые характеризуются через лингвистические переменные. Нами разработана система поддержки принятия решений на основе набора нечетких правил.

Основная задача компоновки заключается в минимизации функции, связанной с транспортировкой продукта (общая стоимость транспорта, время транспортировки, расстояние и т.д.). Для получения более реальных показателей некоторые исследователи рассматривают более одного критерия. Например, одновременная минимизация стоимости транспорта, оборудования и обслуживания. Большинство авторов объединяет различные критерии в один либо с помощью метода анализа иерархий или с использованием линейной комбинации различных критериев. Также рассматриваются экономические критерии, включающие различные показатели качества получаемого решения. Для решения этой задачи мы использовали подход Парето для создания множества компромиссных решений. Например, задача компоновки, связанной с минимизацией затрат на транспортировку и максимизацией функции.

Наиболее универсальным способом математического моделирования компоновки является использование теории графов. Наибольшее распространение получили ориентированные графы, гиперграфы и мультиграфы. Использование теории графов позволяет описать структуру проектируемой системы, систему технологических связей. Однако графы не учитывают свойства размещаемых объектов, а также требуют отдельного представления монтажного пространства.

Задание свойств объектов и областей размещения, а также их взаимосвязи возможно с применением N -ориентированных гиперграфов с ограничениями.

Применение данного математического аппарата позволяет абстрагироваться от конкретной предметной области и работать с задачей компоновки некоторых объектов в заданной области.

Результаты и их обсуждение

Разработан подход к математическому моделированию компоновки промышленных объектов, основанный на применении обобщенной структуры математической модели и метода автоматизированного формирования ограничений модели и их учета при решении задач компоновки и позволяющий снизить время, затрачиваемое на постановку и решение задачи.

Выводы

Предложенные в работе процедуры метода формирования и контроля ограничений

позволили применить механизмы экспертных систем для учета ограничений в процессе улучшения решения. Применение экспертных систем дало возможность, во-первых, использовать для формирования ограничений экспертные знания, а во-вторых, добавлять новые ограничения без изменения программного кода. Это приводит к расширению круга задач, решаемых с помощью данного подхода.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Павлов В.В. Структурное моделирование в CALS-технологиях. Ин-т конструкторско-технологической информатики РАН. М.: Наука, 2006 - 534 с.

2 Aiello G. An integrated approach to the facilities and material handling system design. /Aiello G., Enea M., Galante G.// International Journal of Production Research, 40(15), 2002. – p.4007–4017.

3 Armour G. C. A heuristic algorithm and simulation approach to relative allocation of facilities. /Armour G. C., Buffa E. S.// Management Science, 9(2), 1963. – p.294–300. 109

4 Balakrishnan J. Genetic search and the dynamic layout problem. /Balakrishnan J., Cheng C. H.// Computers & Operations Research, 27(6), 2000. – 587–593.