УДК 531: 622.233: 622.235

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ БАЛКИ И СТЕРЖНЕВОГО ОСНОВАНИЯ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПОДВИЖЫХ НАГРУЗОК

АРҚАЛЫҚ ПЕН СЫРЫҚТЫ НЕГІЗДІҢ ҚОЗҒАЛМАЛЫ ЖҮКТЕМЕНІҢ ӘСЕРІНДЕ ДИНАМИКАЛЫҚ ӨЗАРА ӘСЕРЛЕСУІН МОДЕЛЬДЕУ

MODELING OF THE DYNAMIC INTERACTION OF THE BEEM AND PIVOTAL BASE UNDER THE ACTION OF MOVABLE LOADS

С.Н. ТОЙБАЕВ, Р.К. КОЙЛЫБАЕВА, Г.А.УЛТАРАКОВА
S.N. TOIBAYEV, R.K. KOILYBAEVA, G.A. ULTARAKOVA

(Алматы технологиялық университеті)
(Алматинский технологический университет)
(Almaty tehnological university)

В данной статье рассматривается бесконечная балка, лежащая на “стержневом” основании. По поверхности балки распространяется бегущая вдоль оси x с постоянной скоростью $\overline{V}$ системы сосредоточенных сил

Задача сводится к интегрированию балочных уравнений, где влияние упругого основания сводится к тому, что правая часть уравнения динамики балки будет содержать слагаемое пропорциональное скорости прогиба оси балки. Для динамического прогиба оси балки получено аналитическое решение и проведен численный расчет. Данные решения позволяют рассчитывать изгиб рельса при движении по ним железнодорожного состава.

Мақалада «сырықты» негізде жатқан, шексіз арқалық қарастырылады. Арқалықтың бетіне x осі бойымен тұрақты $\overline{V}$ жылдамдықпен қозғала қадалған күштер жүйесі әсер етеді. Есепті шешу барысында, серпімді негіздің әсерінен арқалықтың динамикалық теңдеуінің оң жағында иілу осі жылдамдыққа тура пропорционал мүшесі бар болатын, арқалықтың теңдеуін интегралдауға алып келеді. Арқалықтың динамикалық иілуі үшін аналитикалық шешімі алынған және сандық есептеу жүргізілген. Қарастырылған есептің шешуі темір жол составтары бетінде қозғалатын рельстің иілуін есептеуге мүмкідік береді.

In given article are considered boundless viscous springy plate (the beem, layer) resting upon deformed springy base. On surfaces of the plate spreads running along axis with constant velocity normal load type.

The Problem is reduced to decision equation for transverse offset point to middle plane of the plate is Received indicative equation on three quotients of the events and on base root indicative equation for the third event general decision problems.

Ключевая слова: балка, основание, прогиб, скорость, координаты, сила, нагрузка.

Негізгі сөздер: арқалық, негіз, иілу, жылдамдық, координаттар, күш, жүктеме.

Keyword: beem, basis, sagging, velocity, coordinates, power, load.

Введение

Исследуемые в статье конструкции расположены на деформируемом упругом основании, то есть на таком основании сооружения, деформируемость которого учитывается при расчете опирающегося на него элемента другой конструкции. К ним на деформируемом основании относятся: фундаменты промышленных, гражданских и сельскохозяйственных зданий и их комплексов, аэродромные и дорожные покрытия, рельсы и шпалы железнодорожных путей и т.д.

Обьекты и методы исследований

Известно, что большинство моделей расчета конструкций на упругом основании достаточно подробно разработано лишь для статических задач. Однако существует ряд задач, исключающих статическую трактовку и делающих необходимым исследование динамических процессов при изгибе балок и плит на деформируемом основании. Проектирование зданий и сооружений на современном этапе невозможно без учета динамических воздействий, присущих таким мезанизмам, как подъемные краны, различного рода строительное оборудование, компрессорные установки, производственные взрывы и др.

Особенностью данной задачи при движений груза с постоянной скоростью является возможность стационарного режима движения, при котором прогиб под грузом все время остается постоянным. Общая картина изгиба оси балки будет неизменной, но равномерно движущейся со скоростью системы сил и как бы сопровождающей эту систему. Таким образом, в подвижной системе координат, связанной с движущейся системой сил, движение будет неустановившимся, прогиб оси балки будет зависеть только от новой координаты x и не будет зависеть в явном виде от времени t.

Рассмотрим вначале действие сосредоточенной силы, движущейся с постоянной скоростью по балке, лежащей на стержневом основании. Тогда уравнение изгиба оси балки запишется в виде [5]

$$IE\frac{\partial^4 u}{\partial x_0^4}+\rho\frac{\partial^2 u}{\partial t_0^2}+\frac{bE_0}{a_0}\frac{\partial u}{\partial t_0}=P\left(x_0,t_0\right), \qquad (1)$$

где x_0 и t_0 - переменные в неподвижной системе координат.

Подвижную систему координат свяжем с движущейся силой (рис. 1). Переменные в новой и старой системе координат будут связаны следующими соотношениями.

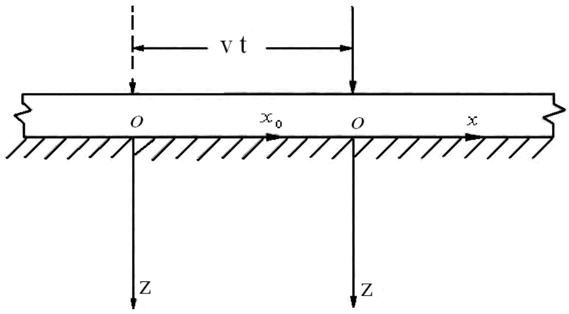

Рисунок 1 - Действие системы сил движущихся по балке бесконечной длины с постоянной скоростью.

Для записи производных в подвижной системе координат имеем

$$\frac{\partial^k u}{\partial x_0^k}=\frac{\partial^k u}{\partial x^k},\quad \frac{\partial u}{\partial t_0}=\frac{\partial u}{\partial t}-V\frac{\partial u}{\partial x},\quad \frac{\partial^2 u}{\partial t_0^2}=\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}-V^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}.$$

Имея ввиду независимость u от t, из (1) для прогиба оси балки, получим обыкновенное дифференциальное уравнение 4-го порядка

$$\frac{IE}{\rho}\frac{d^4u}{dx^4}+V^2\frac{d^2u}{dx^2}-V\frac{bE_0}{a_0}\frac{du}{dx}=0. \qquad (2)$$

Граничными условиями для которого будут в точке приложения силы

$$u_\Lambda=u_n,\quad \frac{d^3u_\Lambda}{dx^3}=\frac{P}{2IE}=\frac{d^3u_n}{dx^3}.$$

Отметим, что здесь уже нельзя принимать условия равенства нулю тангенса угла наклона касательной к прогибу, поскольку нагрузка подвижная и нет никакой симметрии относительно точки приложения силы.

На бесконечности

$$u=0,\quad \frac{du}{dx}=0.$$

Характеристическое уравнение дифференциального уравнения (2) имеет два неотрицательных действительных и два комплексных корня с отрицательной действительной частью

$$\lambda_1 = 0,\ \lambda_2 = A + B,\ \lambda_{3,4} = -\frac{A+B}{2} \pm i\frac{\sqrt{3}}{2}(A-B),$$

$$\begin{Bmatrix} A \\ B \end{Bmatrix} = \sqrt[3]{\frac{E_0 bV}{2IEa_0}\left(1 \pm \sqrt{Q}\right)},\ Q = 1 + \frac{\rho}{3IE}\left[\frac{2V^2 a_0 \rho}{3E_0 b}\right]^2,$$

$$A + B > 0,\ Q > 0,\ A \cdot B = -\frac{V^2}{3}\frac{\rho}{IE}.$$

В силу граничного условия на бесконечности для описания движения балки в правой относительно точки приложения силы части можно воспользоваться только двумя решениями, соответствующими двум комплексным корням, а для левой части - решения, соответствующего положительному корню

$$u_\Lambda = C_1 e^{(A+B)x},\ u_n = e^{\frac{A+B}{2}x}\left\{C_2 \cos\frac{A-B}{2}\sqrt{3}x + C_3 \sin\frac{A-B}{2}\sqrt{3}x\right\}.$$

С учетом условий в точке приложения силы, получим [1], [2], [3], [4]

$$u_\Lambda(x) = \frac{P}{2IE}\frac{1}{(A+B)^3}e^{(A+B)x},\ \varphi_\Lambda(x) = \frac{P}{2IE}\frac{1}{(A+B)^2}e^{(A+B)x},$$

$$M_\Lambda(x) = -\frac{P}{2(A+B)}e^{(A+B)x},\ Q_\Lambda(x) = -\frac{P}{2}e^{(A+B)x},$$

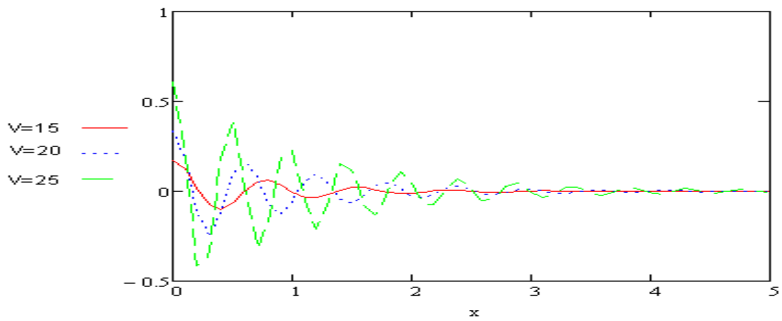

Рисунок 2 – Графики u (x) при различных значениях скорости V.

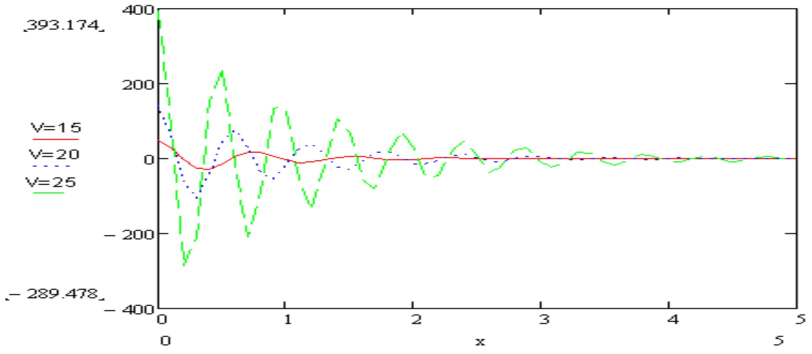

Рисунок 3 - Графики M (x) при различных скорости V.

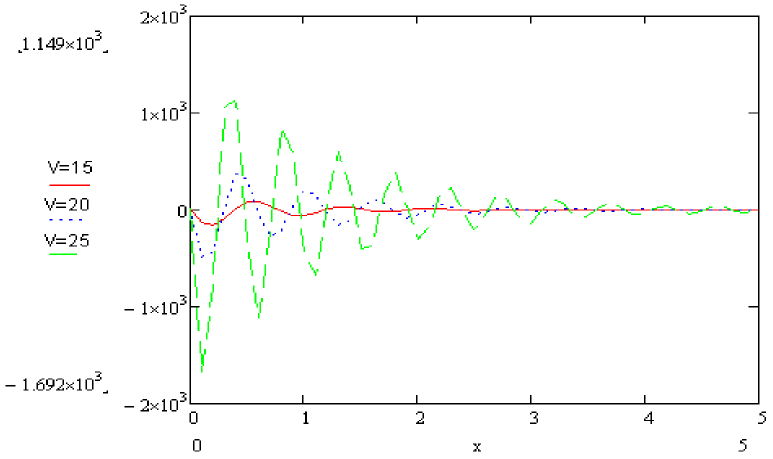

Рисунок 4 – Графики Q (x) при различных скорости V.

Вывод:

$$u_n = \frac{P}{2IE} e^{-\frac{(A+B)}{2}x} \left\{ \frac{1}{(A+B)^3} \cos\frac{A-B}{2}\sqrt{3}x + \frac{\sqrt{3}}{(A+B)^3 (A-B)} \sin\frac{A-B}{2}\sqrt{3}x \right\},$$

$$\varphi_n = \frac{P}{2IE} \frac{1}{(A+B)^2} e^{-\frac{(A+B)}{2}x} \left\{ \cos\frac{A-B}{2}\sqrt{3}x + \frac{\sqrt{3}\left(A^2+B^2\right)}{A^2-B^2} \sin\frac{A-B}{2}\sqrt{3}x \right\},$$

$$M_n = \frac{P}{2(A+B)^2} e^{-\frac{(A+B)}{2}x} \left\{ \frac{2\left(A^2+B^2\right)+AB}{(A+B)} \cos\frac{A-B}{2}\sqrt{3}x - \frac{\sqrt{3}}{(A-B)} \sin\frac{A-B}{2}\sqrt{3}x \right\}.$$

На основе полученных формул проведен численный расчёт на компьютере.

На рисунках 2-4 представлены значения прогибов и внутренних силовых факторов, вычисленных по полученным формулам. В случае действия двух или нескольких сил воспользуемся методом суперпозиции.

Выводы

Получены численно-аналитические реше-ния этих задач, на основании которых разра-ботаны вычислительные алгоритмы, позво-ляющие производить расчет таких параметров прочности балки, как величина прогиба, ско-рость прогиба, внутренних силовых факторов.

Задача о движении груза по балке, лежащей на упругом основании, является актуальной при расчете и проектировании многочисленных инженерных сооружений: аэродромных и дорожных покрытий, шпал и рельсового пути, наплавных мостов и других конструкций.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рахматулин Х.А., Демьянов Ю.А. Прочность при интенсивных кратковременных нагрузках. - М.: Физматгиз, 1961. - 400 с.

2. Диткин В.А., Прудников А.П. Справочник на операционному исчислению. - М.: Высшая школа, 1965. - 466 с.

3. Прудников А.П., Брычков Ю.А., Марычев О.И. Интегралы и ряды. Элементарные функции. - М.: Наука, 1981. - 798 с.

4. Пановко Я.Г., Губанова И.И. Устойчивость и колебания упругих систем. - М.: Наука, 1977. - 420 с.

5. Тойбаев С.Н. Моделирование взаимодействия балок и плит с основанием при динамическом изгибе //Вестник КБТУ. – 2010. - № 1 (12). – С 119-123.