ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ И ПРИКЛАДНЫЕ
ВОПРОСЫ ГОРНЫХ НАУК Том 4, № 2, 2017

УДК 539.3 : 534.1

ВЫПУЧИВАНИЕ ЛИТОСФЕРНОЙ ПЛИТЫ НА ВЯЗКОЙ АСТЕНОСФЕРЕ

К.К. Коксалов[1], А.А. Баймухаметов[2]

[1]*Казахский национальный педагогический университет,*
E-mail: kkapal@mail.ru, *ул. Толеби, 86, 050012, г. Алматы, Казахстан*
[2]*Институт механики и машиноведения МОН РК,*
E-mail: abayab@mail.ru, *ул. Курмангазы, 29, 050010, г. Алматы, Казахстан*

В рамках вязкоупругой реологии литосферы анализируется напряженно-деформированное состояние литосферной плиты при двустороннем сжатии. Исследованы процессы образования складок, возникающие в результате взаимодействия плит в зонах межплитных границ. Рассмотрено взаимодействие литосферы с подстилающей астеносферой при двустороннем сжатии литосферной плиты.

Деформация, вязкоупругость, литосферная плита, астеносфера

SWELLING OF THE LITHOSPHERE PLATE ON THE VISCOUS ASTHENOSPHERE

K.K. Koksalov[1], A.A. Baimukhametov[2]

[1]*Kazakh National Pedagogical University,*
E-mail: kkapal@mail.ru, *86 Tolebi Str., Almaty 050012, Kazakhstan*
[2]*Institute of Mechanics and Machine Engineering, Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan,*
E-mail: abayab@mail.ru, *29 Kurmangazy Str., Almaty 050010, Kazakhstan*

This article analyzes stress state of the lithospheric plate under bilateral compression in the framework of the viscoelastic rheology. The authors discuss the formation of folds when plates interact at their interfaces. Specifically, the interaction of the lithosphere with the underlying asthenosphere in case of the bilateral compression of the lithosphere is studied.

Deformation, viscoelasticity, lithospheric plate, asthenosphere

Теоретические основы тектоники плит базируются на двух принципиально важных предпосылках. Во-первых, самая внешняя оболочка Земли, называемая литосферой, непосредственно залегает на слое, называемом астеносферой, которая является менее прочной, чем литосфера. Во-вторых, литосфера делится на сравнительно малое число плит, на границах которых имеет место почти вся тектоническая, сейсмическая и вулканическая активность [1]. Плиты перемещаются относительно друг друга, в результате чего образуют зоны расширения, надвиги, поддвиги и сдвиги. Возросшие в настоящее время усилия по внедрению в тектонику плит методов механики деформируемого твердого тела и теории устойчивости деформируемых систем дает мощный импульс дальнейшему развитию науки о Земле.

Рассмотрим устойчивость анизотропной плиты длины a, толщины H и лежащей на деформируемом упругом основании, подверженной двустороннему сжатию.

Определим реакцию основания при потере устойчивости плиты. Уравнения равновесия возмущенного состояния основания в перемещениях u, w имеют вид:

$$\frac{G_0}{1-2v_0}\frac{\partial\theta}{\partial x}+G_0\nabla^2 u=0\,,$$

$$\frac{G_0}{1-2v_0}\frac{\partial\theta}{\partial z}+G_0\nabla^2 w=0\,, \qquad (1)$$

где $\nabla^2=\dfrac{\partial^2}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2}{\partial z^2}$ – оператор Лапласа, $\theta=\dfrac{\partial u}{\partial x}+\dfrac{\partial w}{\partial z}$; G_0 – модуль сдвига; v_0 – коэффициент Пуассона основания.

Решение уравнений равновесия (1), удовлетворяющее условию ограниченности на бесконечности, возьмем в виде

$$u(x,z)=\varphi_1(z)\cos m_1 x,\ w(x,z)=\varphi_2(z)\sin m_1 x, \qquad (2)$$

где

$$\varphi_1(z)=(A_1-A_2 z)\exp(m_1 z),\ \varphi_2(z)=\left(A_1+A_2\frac{3-4v_0-m_1 z}{m_1}\right)\exp m_1 z,$$

A_1, A_2 – произвольные постоянные; $m_1=\dfrac{n\pi}{a}$; n – целое число.

Выражение для нормального напряжения имеет вид:

$$\sigma_z=2G_0\left[A_1 m_1-A_2\left(2v_0-2+m_1 z\right)\right]\exp(m_1 z)\sin m_1 x. \qquad (3)$$

Постоянные A_1 и A_2 определим из условия жесткого сцепления плиты с основанием:

$$w\big|_{z=0}=w_0\big|_{z=0}\,,\ u=-\frac{h_1}{2}\frac{\partial w}{\partial x}\bigg|_{z=0}=u_0\big|_{z=0}\,, \qquad (4)$$

где u, w – горизонтальные и вертикальные перемещение плиты, соответственно; u_0, w_0 – перемещения основания на границе $z=0$. Допустим, что вертикальные перемещения плиты при $z=0$ имеет вид:

$$w=\ell\sin m_1 x,$$

где ℓ – максимальный прогиб.

Тогда из условия (4) определим:

$$A_1=-\frac{1}{2}m_1 h_1\ell,\ A_2=-\frac{(2-m_1 h_1)m_1}{2(3-4v_0)}\ell. \qquad (5)$$

Подставляя значения A_1, A_2 в выражение (3), определим величину нормального давления на границе $z=0$:

$$q=\sigma_z\big|_{z=0}=-2G_0\left[\frac{2m_1(1-v_0)}{3-4v_0}+\frac{1-2v_0}{2(3-4v_0)}h_1 m_1^2\right]\ell\sin m_1 x=$$

$$=-\frac{4G_0 m_1(1-v_0)}{3-4v_0}w-\frac{(1-2v_0)h_1 G_0}{3-4v_0}\kappa, \qquad (6)$$

где $\kappa=-\dfrac{\partial^2 w}{\partial x^2}$ – кривизна плиты при $z=0$.

Исследуем уравнение нейтрального равновесия плиты [2, 3]

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x_1^4}-\left(K_1^2-K_3^2\right)\frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2}-K_2^2\frac{\partial^2 w}{\partial z_1^2}=0, \qquad (7)$$

где

$$K_1^2 = \frac{12G_2(1-\nu_1^2)}{E_1\rho^3(1-\rho)},\ K_2^2 = \frac{12E_2(1-\nu_1^2)}{E_1\rho^3(1-\rho)},\ K_3^2 = \frac{12(1-\nu_1^2)P}{E_1\rho^2} = K^2P,$$

$\rho = \frac{h_1}{h}$, $h = h_1 + h_2$, E_1, ν_1, h_1 – модуль упругости, коэффициент Пуассона и толщина жесткого слоя; $E_2 = \frac{2G_2(1-\nu_2)}{1-2\nu_2}$, G_2, ν_2, h_2 – трансверсальный модуль, модуль сдвига, коэффициент Пуассона и толщина мягкого слоя; $x_1 = \frac{x}{h}$, $z_1 = \frac{z}{h}$; u, w – горизонтальные и вертикальные перемещения, $P = ph_1$ – краевое давление.

Граничные условия имеют вид:

$$w = 0, \frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} = 0 \text{ при } x_1 = 0 \text{ и } x_1 = \frac{a}{h}, \tag{8}$$

$$\frac{\partial w}{\partial z_1} = 0 \text{ при } z_1 = \frac{H}{h} = r, \tag{9}$$

$$\frac{\partial w}{\partial z_1} = -q^*(x_1) = K_0^2\left[4(1-\nu_0)w - \frac{\rho(1-2\nu_0)}{m}\frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2}\right] \text{ при } z_1 = 0,$$

где

$$K_0^2 = \frac{(1-2\nu_2)(1-\rho)mG_0}{2(3-4\nu_0)(1-\nu_2)G_2},$$

$m = m_1h$ – безразмерное волновое число. Граничные условия (8) будут удовлетворены, если решение уравнения (7) будем искать в виде:

$$w(x_1, z_1) = \psi(z_1)\sin mx_1. \tag{10}$$

Подставляя (10) в уравнение (7) получим

$$K_2^2\psi''(z_1) - m^2(m^2 + K_1^2 - K_3^2)\psi(z_1) = 0. \tag{11}$$

Граничные условия (9) имеют вид:

$$\psi'(r) = 0.\ \psi'(0) = K_0^2[4(1-\nu_0) + \rho m(1-2\nu_0)]\psi(0). \tag{12}$$

Частные решения уравнения (11) ищем в виде:

$$\psi(z_1) = \exp(\lambda z_1). \tag{13}$$

Подставляя (13) в уравнение (11), получим характеристическое уравнение вида:

$$K_2^2\lambda^2 = m^2(m^2 + K_1^2 - K_3^2). \tag{14}$$

Общее решение уравнения (11) имеет вид:

$$\psi(z_1) = C_1ch(\tau z_1) + C_2sh(\tau z_1), \tag{15}$$

где $\tau = \frac{m}{K_2}\sqrt{m^2 - K_1^2 - K_3^2}$, C_1, C_2 – произвольные постоянные.

Подставляя общее решение (15) в граничные условия (12) получим систему уравнений относительно C_1 и C_2:

$$K_0^2\left[4(1-\nu_0) + \rho m(1-2\nu_0)\right]C_1 - \tau C_2 = 0,$$

$$sh(\tau r)\cdot C_1 + ch(\tau r)\cdot C_2 = 0. \tag{16}$$

Из условия существования ненулевого решения системы (16) получим уравнение

$$\tau sh(\tau r)+K_0^2\left[4(1-\nu_0)+\rho m(1-2\nu_0)\right]ch(\tau r)=0. \qquad (17)$$

Разлагая гиперболические функция $sh(\tau r)$, $ch(\tau r)$ в ряд и ограничиваясь вторыми членами ряда, получим:

$$\frac{1}{6}r^3\tau^4+r\left[1+\frac{r}{2}K_0^2\left(4(1-\nu_0)+\rho m(1-2\nu_0)\right)\right]\tau^2+K_0^2\left[4(1-\nu_0)+\rho m(1-2\nu_0)\right]=0. \qquad (18)$$

Подставляя в уравнение (18) значение τ, найдем значение критического усилия:

$$P_{kp}=\frac{1}{K^2}\left\{m^2+K_1^2+\frac{3K_2^2}{m^2r^2}\left[1+\frac{rK_0^2}{2}\left(4(1-\nu_0)+\rho m(1-2\nu_0)\right)\right]-\right.$$

$$\left.-\sqrt{1+\frac{r^2K_0^4}{4}\left[4(1-\nu_0)+\rho m(1-\nu_0)\right]^2+\frac{rK_0^2}{3}\left[4(1-\nu_0)+\rho m(1-2\nu_0)\right]}\right\}. \qquad (19)$$

Из формулы (19) следует, что $K_3^2>m^2+K_1^2$. Поэтому корни характеристического уравнения будут мнимыми. Тогда решение уравнения (7), определенное с точностью доодного произвольного параметра ℓ, имеет вид:

$$w(x_1,z_1)=\ell\left\{\cos\omega_1z_1+\frac{K_0^2}{\omega_1}\left[4(1-\nu_0)+\rho m(1-2\nu_0)\right]\sin\omega_1z_1\right\}\sin mx_1, \qquad (20)$$

где

$$\omega_1=\frac{\sqrt{3}}{r}\left\{1+\frac{r}{2}K_4^2\left[4(1-\nu_0)+\rho m(1-2\nu_0)\right]-\right.$$

$$\left.-\left[1+\frac{r^2}{4}K_0^4\left(4(1-\nu_0)+\rho m(1-2\nu_0)\right)^2+\frac{r}{3}K_0^2\left(4(1-\nu_0)+\rho m(1-2\nu_0)\right)\right]^{1/2}\right\}^{1/2}.$$

Рассмотрим выпучивание вязкоупругой литосферной плиты на вязкой астеносфере. Применяя принцип вязкоупругого соответствия [2], заменим модули сдвига G_1, G_2, G_0 в уравнениях (7), (9) соответствующими временными операторами $\bar{G}_1, \bar{G}_2, \bar{G}_0$. Тогда уравнение равновесия плиты имеет вид:

$$\frac{\bar{G}_1\rho^2}{6(1-\nu_1)}\frac{\partial^4 w}{\partial x_1^4}-\left[\frac{\bar{G}_1}{\rho(1-\rho)}-P\right]\frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2}-\frac{2\bar{G}_2(1-\nu_0)}{\rho(1-\rho)(1-2\nu_2)}\frac{\partial^2 w}{\partial z_1^2}=0. \qquad (21)$$

Граничные условия:

$$w=0,\ \frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2}=0 \text{ при } x_1=0 \text{ и } x_1=\frac{a}{h}, \qquad (22)$$

$$\frac{\partial w}{\partial z_1}=0 \text{ при } z_1=\frac{H}{h}=r, \qquad (23)$$

$$\frac{2\bar{G}_2(1-\nu_2)}{(1-2\nu_2)(1-\rho)}\frac{\partial w}{\partial z}=-q \text{ при } z_1=0,$$

где

$$q=-\frac{4m(1-\nu_0)\bar{G}_0}{3-4\nu_0}w+\frac{\rho(1-2\nu_0)\bar{G}_0}{3-4\nu_0}\frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2}$$ – реакция основания, $m=\frac{n\pi h}{b}$.

Пусть поведение материала литосферной плиты описывается моделью стандартного линейного тела, материал астеносферы моделируется вязким телом. Тогда операторы $\bar{G}_0, \bar{G}_1, \bar{G}_2$ имеют вид:

$$\bar{G}_0 = \eta_0 \frac{\partial}{\partial t}, \quad \bar{G}_1 = \frac{G_1^\infty + T_л G_1^0 \frac{\partial}{\partial t}}{1 + T_л \frac{\partial}{\partial t}}, \quad \bar{G}_2 = \frac{G_2^\infty + T_л G_2^0 \frac{\partial}{\partial t}}{1 + T_л \frac{\partial}{\partial t}},$$

где $T_л$ – время релаксации литосферы; $G_1^0, G_1^\infty, G_2^0, G_2^\infty$ – мгновенный и длительный модули сдвига компетентных (индекс 1) и некомпетентных (индекс 2) слоев литосферы; η_a – коэффициент вязкости астеносферы.

Подставляя выражения для операторов $\vec{G}_1, \vec{G}_2$ в уравнение (21) получим:

$$T_л \frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{G_1^0\rho^2}{6(1-\nu_1)}\frac{\partial^4 w}{\partial x_1^4} - \left(\frac{G_2^0}{\rho(1-\rho)} - P\right)\frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} - \frac{2(1-\nu_2)G_2^0}{\rho(1-\rho)(1-2\nu_2)}\frac{\partial^2 w}{\partial z_1^2}\right] +$$

$$+\frac{G_1^\infty\rho^2}{6(1-\nu_1)\partial x_1^4} - \left(\frac{G_2^\infty}{\rho(1-\rho)} - P\right)\frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} - \frac{2G_2^\infty(1-\nu_2)}{\rho(1-\rho)(1-2\nu_2)}\frac{\partial^2 w}{\partial z_1^2} = 0. \tag{24}$$

Будем искать решение уравнения (24) в виде $w(x_1, z_1, t) = g(t)\Phi(x_1, z_1)$ при начальном условии $w(x_1, z_1, o) = w_0(x_1, z_1)$. Тогда получим систему уравнений:

$$\frac{\left(G_1^\infty + T_л G_1^0 f\right)\rho^2}{6(1-\nu_1)}\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_1^4} - \left[\frac{G_2^\infty + T_л G_2^0 f}{\rho(1-\rho)} - P(1+T_л f)\right]\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_2^1} -$$

$$-\frac{2(1-\nu_2)}{\rho(1-\rho)(1-2\nu_2)}\left(G_2^\infty + T_л G_2^0 f\right)\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_1^2} = 0, \tag{25}$$

$$g'(1) - fg(1) = 0,$$

с начальным условием $g(0) = l_0$, где f – неизвестный пока параметр.

Решение уравнения (25), удовлетворяющее граничным условиям (22) , возьмем в виде:

$$\Phi(x_1, z_1) = \psi(z_1)\sin mx_1. \tag{26}$$

Подставляя (26) в уравнение (25), получим

$$\frac{2(1-\nu_2)(G_2^\infty + T_л G_2^0 f)}{\rho(1-\rho)(1-2\nu_2)(1+T_л f)}\psi''(z_1) - m^2\left[\frac{(G_1^\infty + T_л G_1^0 f)\rho^2 m^2}{6(1-\nu_1)(1+T_л f)} + \frac{G_2^\infty + T_л G_2^0 f}{\rho(1-\rho)(1+T_л f)} - P\right]\psi(z_1) = 0. \tag{27}$$

Граннчные условия (23) относительно функций $\psi(z_1)$ примут вид:

$$\psi'(r) = 0, \ \frac{2(1-2\nu_2)}{(1-2\nu_2)(1-\rho)}\frac{G_2^\infty + T_л G_2^0 f}{1+T_л f}\psi'(0) - \frac{m\eta_a f}{3-4\nu_0}\left[4(1-\nu_0) + \rho m(1-2\nu_0)\right]\psi(0) = 0. \tag{28}$$

Для частных решений уравнения (27) вида $\psi(z_1) = \exp(\lambda z_1)$ имеем характеристическое уравнение:

$$\frac{2(1-\nu_2)(G_2^\infty + T_л G_2^0 f)}{\rho(1-\rho)(1-2\nu_2)(1+T_л f)}\lambda^2 = m^2\left[\frac{(G_1^\infty + T_л G_1^0 f)\rho^2 m^2}{6(1-\nu_1)(1+T_л f)} + \frac{G_2^\infty + T_л G_2^0 f}{\rho(1-\rho)(1+T_л f)} - P\right]. \tag{29}$$

Общее решение уравнения (27) имеет вид:

$$\psi(z_1) = C_1 ch(\tau z_1) + C_2 sh(\tau z_1), \tag{30}$$

где

$$\tau = m\sqrt{\frac{\rho(1-\rho)(1-2\nu_2)}{2(1-\nu_2)}\left[\frac{1}{\rho(1-\rho)}+\frac{\rho^2 m^2 (G_1^\infty + T_л G_1^0 f)}{6(1-\nu_1)(G_2^\infty + T_л G_2^0 f)} - P\frac{1+T_л f}{G_2^\infty + T_л G_2^0 f}\right]},$$

C_1, C_2 – произвольные постоянные, относительно которых с учетом условий (28) имеем систему уравнений:

$$C_1 sh(\tau r) + C_2 ch(\tau r) = 0,$$

$$\frac{m\eta_0 f}{3-4\nu_0}\left[4(1-\nu_0)+\rho m(1-2\nu_0)\right]C_1 - \frac{2r(1-\nu_2)}{(1-2\nu_2)(1-\rho)}\frac{G_2^\infty + T_л G_2^0 f}{1+T_л f}C_2 = 0. \qquad (31)$$

Из условия существования ненулевого решения системы (31) ограничиваясь вторыми членами разложения гиперболических функций, получим:

$$\frac{r^3(1-\nu_2)}{3(1-2\nu_2)(1-\rho)}\frac{G_2^\infty + T_л G_2^0 f}{1+T_л f}\tau^4 + \left[\frac{2\tau(1-\nu_2)}{(1-2\nu_2)(1-\rho)}\frac{G_2^\infty + T_л G_2^0 f}{1+T_л f} + \right.$$
$$\left. + \frac{mr^2}{2(3-4\nu_0)}\frac{G_0^\infty + T_л G_0^{0f}}{1+T_л f}(4(1-\nu_0)+(1-2\nu_0)\rho m)\right]\tau^2 + \frac{m\eta_a f}{3-4\nu_0}\left[4(1-\nu_0)+(1-2\nu_0)\rho m\right] = 0\,.$$

Используя значение τ, получим уравнение относительно параметра f:

$$\frac{r^3 m^4 \rho^2 (1-\rho)(1-2\nu_2) G_2^\infty + T_л G_2^0 f}{1+T л f}\left[\frac{1}{\rho(1-\rho)}+\frac{\rho^2 m^2 (G_1^\infty + T_л G_1^0 f)}{6(1-\nu)(G_2^\infty + T_л G_2^0 f)} - P\frac{1+T_л f}{G_2^\infty + T_л G_2^0 f}\right]^2 +$$
$$+ \frac{\rho(1-\rho)(1-2\nu_2)m^2}{2(1-\nu_2)}\left[\frac{2r(1-\nu_2)}{(1-2\nu_2)(1-\rho)}\frac{G_2^\infty + T_л G_2^0 f}{1+T_л f} + \frac{mr^2\eta_a f}{2(3-4\nu_0)}(4(1-\nu_0)+(1-2\nu_0)\rho m)\right]\times$$
$$\times\left[\frac{1}{\rho(1-\rho)}+\frac{\rho^2 m^2 (G_1^\infty + T_л G_1^0 f)}{6(1-\nu_1)(G_2^\infty + T_л G_2^0 f)} - P\frac{1+T_л f}{G_2^\infty + T_л G_2^0 f}\right] + \frac{m\left[4(1-\nu_0)+(1-2\nu_0)\rho m\right]}{3-4\nu_0}\eta_a f = 0\,. \qquad (32)$$

Значению $f = 0$ соответствует критическое усилие:

$$P_{kp} = \frac{G_1^\infty \rho^2 m^2}{6(1-\nu_1)} + \frac{G_2^\infty}{\rho(1-\rho)} + \frac{12(1-\nu_2)G_2^\infty}{r^2 m^2 \rho(1-\rho)(1-2\nu_2)}. \qquad (33)$$

Из уравнения (32) следует, что при значениях сжимающих усилий, бóльших критического, прогиб литосферной плиты с течением времени растет по экспоненциальному законудо тех пор, пока не нарушается условия применимости линейной теории.

Если материал литосферной плиты описывается моделью Максвелла, то достаточно в уравнении (32) положить $G_1^\infty = G_2^\infty = 0.$

Пусть теперь материал литосферной плиты моделируется вязким телом. Положим $\overline{G_1} = \overline{G_2} = \eta_л \dfrac{\partial}{\partial t}, \nu_1 = \nu_2 = \nu_л$, где $\eta_л$ – коэффициент вязкости литосферы. Тогда уравнение оотносительно параметра *f* имеет вид:

$$f^2\eta_л\left\{\frac{r^3 m^4 \rho^2 (1-\rho)(1-2\nu_л)}{12(1-\nu_л)}\left[\frac{1}{(1-\rho)}+\frac{\rho^2 m^2}{6(1-\nu_л)}\right]^2\eta_л + \frac{\rho(1-\rho)(1-2\nu_л)m^2}{2(1-\nu_л)}\times\right.$$
$$\times\left[\frac{2r(1-\nu_л)}{(1-2\nu_л)(1-\rho)}+\frac{2r^2\eta_a}{2(3-4\nu_0)}\times\left(4(1-\nu_0)+(1-2\nu_0)\rho m\right)\right]\times\left[\frac{1}{\rho(1-\rho)}+\frac{\rho^2 m^2}{6(1-\nu_л)}\right]\eta_л +$$
$$\left. + \frac{m\eta_a\left[\left(4(1-\nu_0)+(1-2\nu_0)\rho m\right)\right]}{3-4\nu_0}\right\} - fP\eta_л\left\{\frac{r^3 m^4 \rho^2 (1-\rho)(1-2\nu_л)}{6(1-\nu_л)}\left[\frac{1}{\rho(1-\rho)}+\frac{\rho^2 m^2}{6(1-\nu_л)}\right] + \frac{\rho(1-\rho)(1-2\nu_л)m^2}{2(1-\nu_л)}\times\right.$$
$$\left.\times\left[\frac{2r(1-\nu_л)}{(1-2\nu_л)(1-\rho)}+\frac{2r^2\eta_a}{2(3-4\nu_0)}\left(4(1-\nu_0)+(1-2\nu_0)\rho m\right)\right]\right\} + \frac{r^3 m^4 \rho^2 (1-\rho)(1-2\nu_л)}{12(1-\nu_л)}P^2 = 0. \qquad (34)$$

Из уравнения (34) следует, что при $P>0, f>0,$ т.е. когда материал литосферной плиты моделируется вязким телом прогиб растет во времени по экспоненциальному закону.

$$w(x_1,z_1,t)=l_0\exp(ft)\sin mx_1\left[\cos\omega_1 z_1+\frac{m(1-\rho)(1-2\nu_л)\left[\left(4(1-\nu_0)+\rho m(1-2\nu_0)\right)\right]\eta_a}{2(3-4\nu_0)(1-\nu_0)\eta_л\omega_1}\sin\omega_1 z_1\right] \tag{35}$$

где

$$\omega_1=\left[\frac{3(1-2\nu_л)(1-\rho)}{r^2(1-\nu_л)}\right]^{1/2}\left\{\left[\frac{2(1-\nu_л)\eta_л}{(1-\rho)(1-2\nu_л)}+\frac{mr\eta_a}{2(3-4\nu_0)}\left(4(1-\nu_0)+\rho m(1-2\nu_0)\right)\right]-\left[\left(\frac{2(1-\nu_л)\eta_л}{(1-\rho)(1-2\nu_л)}\right)^2+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\left(\frac{mr\eta_a}{2(3-4\nu_0)}\right)^2\left(4(1-\nu_0)+\rho m(1-2\nu_0)\right)^2+\frac{2mr(1-\nu_л)\eta_л\eta_a}{3(1-2\nu_л)(3-4\nu_0)(1-\rho)}\left(4(1-\nu_0)+\rho m(1-2\nu_0)\right)\right]^{1/2}\right\}^{1/2}.$$

ВЫВОДЫ

Найдено критическое усилие потери устойчивости анизотропной плиты, лежащей на упругом основании,при ее двустороннем сжатии.

Выпучивание вязкоупругой литосферной плиты на вязкой астеносфере при значениях сжимающих усилий, бóльших критического, с течением времени растет по экспоненциальному закону до тех пор, пока не нарушается условие применимости модели стандартного линейного тела. Если материал литосферной плиты моделируется вязким телом, то прогиб также растет во времени по экспоненциальному закону.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

1. **Seyfert C. (Ed.)** Encyclopedia of Structural Geology and Plate Tectonics. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1987. [**Структурная геология** и тектоника плит.В трех томах /Под ред. **К. Сейферта.** – М.: Мир, 1990, 1991.]
2. **Koksalov K.K.** Stability of an Ellipsoidal Lithospheric Cover. Almaty: RIO VAK RK, 1999. (in Russian) [**Коксалов К.К.** Устойчивость эллипсоидальной литосферной оболочки. – Алматы.: РИО ВАК РК, 1999.]
3. **Bland D.** The Theory of Linear Viscoelasticity. Pergamon Press, 1960. [**Бленд Д.** Теория линейной вязкоупругости. – М.: Мир, 1965.]