

УДК 621.01

**АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ  
ПЛАВНОГО ПЕРЕХОДА КОНТУРОВ ДЕТАЛЕЙ ОДЕЖДЫ**

**ANALYTICAL DEFINITION  
OF A SMOOTH TRANSITION PROFILE OF THE CLOTHING**

*Е.С. ТЕМИРБЕКОВ, Б.О. БОСТАНОВ*  
*E.S. TEMIRBEKOV, B.O. BOSTANOV*

(Алматинский технологический университет, Республика Казахстан,  
Евразийский национальный университет, Республика Казахстан)  
(Almaty Technological University, Republic of Kazakhstan,  
Eurasian National University, Republic of Kazakhstan)  
E-mail: temirbekove@mail.ru

*Очертания контуров деталей одежды представляют собой сочетание линий, в большинстве своем плавно переходящих одна в другую. Примером могут служить детали одежды: воротники, манжеты, накладные карманы и др. Плавный переход одной линии в другую при помощи промежуточной линии называется сопряжением. Для оформления промежуточных криволинейных участков используются следующие методы: а) лекальных кривых, б) радиусографии, в) кривых второго порядка. Эти все способы построения лекальных кривых находят широкое применение при оформлении криволинейных участков деталей конструкции одежды. Однако все эти методы являются приближенными. Нами разработан оригинальный метод для аналитического определения промежуточного (переходного)*

*криволинейного участка (с использованием проективного дискриминанта), соединяющего дугу окружности и фрагмент эллипса (для дуг двух окружностей он получается как частный случай).*

*The outlines of the contours of details of clothes are a combination of lines, for the most part, passing smoothly one into another. An example is the clothing details: collars, cuffs, pockets and others. A smooth transition from one line to the other by means of an intermediate line is called a conjugation. To obtain the intermediate curved portions - of following methods are used: a) straight-curves b) radiusografii, c) a second-order curve. These are all methods of construction straight-curves are widely used in the design of curved sections of clothing design details. However, all these methods are approximate and determined. In this paper we developed an original method for the analytical determination of the intermediate curved portion. This uses a projective discriminant.*

**Ключевые слова:** контур, одежда, промежуточная линия, проективный дискриминант.

**Keywords:** contour, clothing, intermediate line, projective discriminant.

Способ построения лекальных кривых находит широкое применение при оформлении криволинейных участков деталей конструкции. Чаще всего кривую проводят через три точки: начальную, конечную и одну промежуточную, лежащую на биссектрисах углов, или через точки, заданные

стрелой прогиба кривой (рис. 1-а). Для повышения точности построения таких кривых рекомендуется использовать специальные лекала. Радиусография широко применяется для оформления горловины спинки, проймы спинки и полочки (рис. 1-б).

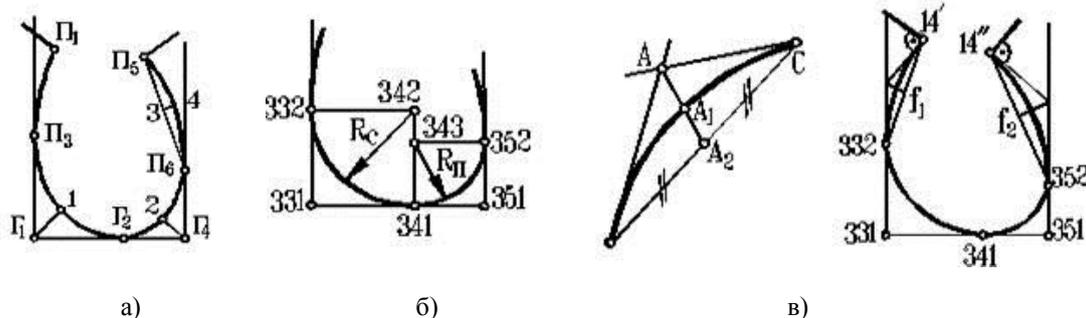


Рис. 1

Графическое построение кривых второго порядка, аппроксимирующих контуры линий деталей одежды, осуществляется заданием двух касательных к ней, точками касания на них и еще какой-либо ее точкой. Однако при таком способе задания вид кривой не всегда может быть заранее определен. С практической точки зрения, более удобным способом задания кривой второго порядка является инженерный способ задания, то есть задание ее двумя касательными, точками касания на них и проективным (инженерным или графическим)

дискриминантом (рис. 1-в). Проективный дискриминант характеризует степень кривизны кривой линии. Он определяется отношением отрезка  $A_1A_2$ , отсекаемого кривой на медиане треугольника  $ABC$ , образованного касательными к кривой в начальной  $B$  и конечной  $C$  точках, и хордой  $BC$ , к длине медианы  $AA_2$  ( $f = A_1A_2/AA_2$ ). Для эллипса  $0 < f < 0,5$ ; для параболы  $f = 0,5$ ; для гиперболы  $0,5 < f < 1$  [1...4]. Плоские кривые второго порядка, которые получаются пересече-

чением прямого кругового конуса плоскостью, не проходящей через его вершину, традиционно называют кониками.

В настоящей работе представлен разработанный авторами оригинальный метод с целью аналитического определения промежуточного (переходного) криволинейного участка (с использованием про-

ективного дискриминанта) для сопряжения двух криволинейных контурных линий одежды. Пусть криволинейные контурные линии одежды составлены из конических дуг: из дуги окружности радиуса  $a$  и фрагмента эллипса с полуосями  $a$  и  $b$  (рис. 2-а, б) (для дуг двух окружностей он получается как частный случай).

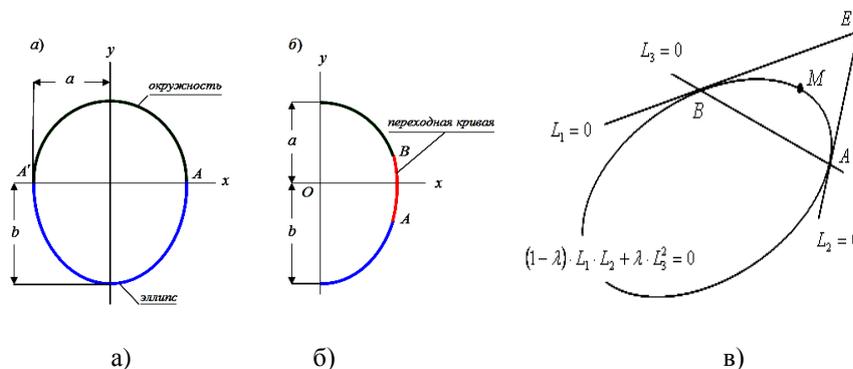


Рис. 2

В общем случае в точках сопряжения  $A, B$  (при переходе от кругового и эллиптического участков к переходному) наблюдается разрыв (скачок) кривизны, который говорит о приближенном соединении этих двух кривых (рис. 2-а, б). Для перехода без скачка от одного участка к другому, например, от кривой в виде эллиптической дуги к кривой в виде дуги окружности, вставим криволинейную дугу  $\cup AB$  так, чтобы выполнялись следующие условия: а) – дуга  $\cup AB$  проходит через точки касания  $A$  и  $B$ ; б) – в точках  $A$  и  $B$  сопрягаемые кривые имеют одинаковые касательные и в) – в точках сопряжения  $A$  и  $B$  сопрягаемые кривые имеют одинаковые радиусы кривизны. Эти условия называются плавностью [5].

Рассмотрим аналитическое получение плавной промежуточной кривой. По Лаймингу [6] можно найти конику, имеющую две касательные и проходящее через третью точку (рис. 2-в):

$$(1-\lambda)L_1L_2 + \lambda L_3^2 = 0. \quad (1)$$

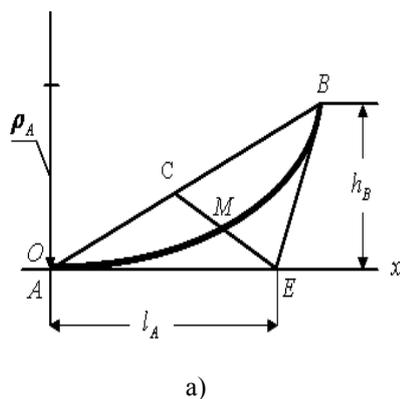
Это уравнение представляет семейство или пучок коник, проходящих через точки  $A$  и  $B$ , здесь  $L_2 = 0$  – уравнение касательной в точке  $A$ , а  $L_1 = 0$  – уравнение касательной в точке  $B$ ,  $L_3 = 0$  – уравнение хорды, соединяющей точки  $A$  и  $B$  (рис. 2-в). Параметр  $\lambda$  определяется заданием какой-нибудь точки  $M$ , если точка  $M$  имеет координаты  $x_M$  и  $y_M$ , тогда:

$$\lambda = L_1(x_M, y_M)L_2(x_M, y_M) / (L_1(x_M, y_M)L_2(x_M, y_M) - L_3^2(x_M, y_M)).$$

Переходная дуга  $\cup AB$  представляется в виде уравнения (1), если заданы пять условий: 1,2) две граничные точки, удовлетворяющие (1); 3,4) – две касательные  $L_1, L_2$ , проведенные через граничные точки; 5) – параметр  $\lambda$ .

Определяя параметр  $\lambda$  и подставляя в (1), получаем пучок коник, для которых имеют место условия непрерывности и касания. Однако в точках сопряжения контурных линий изделий  $A$  и  $B$  радиусы кривизны не равны, и нарушается плавный переход из одного участка в другой.

Определим условие, при котором выполняется плавность сопряжения.



Считаем, что переходной участок задан инженерным способом (рис. 3-а).

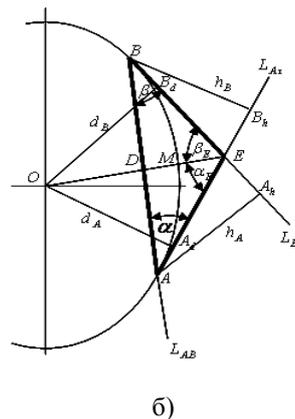


Рис. 3

Базисный треугольник состоит из двух касательных AE и BE, проведенных из двух различных точек дуги A и B до точки их пересечения E и хорды AB.

Радиус кривизны в точке A определяется как [7]:

$$\rho_A = (2f^2 \ell_A^2) / ((1-f)^2 h_B), \quad (2)$$

где  $\ell_A = AE$  – длина касательной;  $h_B = BB_K$  – длина перпендикуляра, опущенного из точки касания B до касательной, проведенной из другой точки A.

Введем параметр  $\eta = \sqrt[3]{\rho_A / \rho_B}$ , где  $\rho_A, \rho_B$  – радиусы кривизны точек A и B эллипса. Учитывая геометрию базисного треугольника, из рис. 3-б получим:

$$\frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{\sin \beta_E}{\sin \alpha_E} = \frac{\ell_A}{\ell_B} = \frac{h_A}{h_B} = \eta. \quad (3)$$

Таким образом, если имеем две точки A и B эллипса с радиусами кривизны  $\rho_A$  и  $\rho_B$ , то отношения между соответствующими элементами базисного треугольника  $\Delta AEB$  равны параметру  $\eta$ .

Приведем пример, показывающий связь длин касательных с радиусами кривизны в точках касания. Пусть криволинейный контур изделий имеет

форму полудуги окружности  $x^2 + y^2 = 30^2$  и полуэллипса  $\frac{x^2}{30^2} + \frac{y^2}{35^2} = 1$ . Выберем на эллиптической части стартовую точку – начальную точку сопряжения A(24; 21), где радиус кривизны  $\rho_A = 35,1253$ . Финишная точка – конечная точка сопряжения B на дуге окружности радиуса  $\rho_B = 30$  определяется так, чтобы выполнялось условие (3):

$$\frac{\ell_A}{\ell_B} = \eta.$$

Искомая точка B(29,2997; 6,444). Имеем базисный треугольник с вершинами A(24; 21), B(29,2997; 6,444), B(32,3899; -7,9489). Тогда:

$$\eta = \sqrt[3]{\frac{\rho_A}{\rho_B}} = 1,0539,$$

$$\ell_A = AT = 15,5152,$$

$$\ell_B = BT = 14,7209.$$

Действительно:

$$\frac{\ell_A}{\ell_B} = \frac{15,5152}{14,7209} = 1,0539.$$

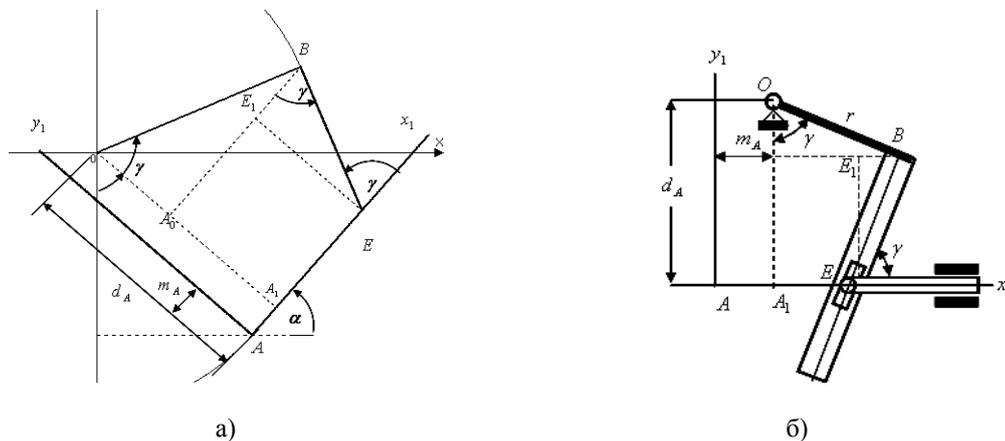


Рис. 4

Определение точки В с условием плавности (3) моделируем кулисным механизмом (рис. 4-б). Используя соотношения (3), а также из свойств

движения одноподвижного кулисного механизма, получаем уравнение относительно  $k = \operatorname{tg} \gamma$ :

$$(m_A k \sqrt{1+k^2} - d_A \sqrt{1+k^2} + r(1+k^2)) / (\sqrt{1+k^2} (d_A \sqrt{1+k^2} - r)) = \eta.$$

Решая его, находим место второго сопряжения – точку В – и определяем точку пересечения касательных Е. Далее строим базисный треугольник, используя связь (2), определяем проективный дискриминант  $f$  и находим точку М, по которой определяем  $\lambda$ . После этого по найденным параметрам из (1) определяем аналитический вид уравнения плавной кривой в виде коники, соединяющей эллипс и окружность в точках А и В.

## ВЫВОДЫ

Разработан подход для плавного соединения окружности и эллипса с помощью третьей коники. Метод проверен рядом конкретных модельных примеров для получения аналитического вида плавной коники, соединяющей линии в виде окружности и эллипса. Результат имеет как теоретическое, так и практическое значение.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Павлова С.В. Конструирование одежды. – Улан-Удэ: Изд-во Восточно-Сибирского гос. технолог. ун-та, 2005.

2. Козырева В.Б. Основы конструирования одежды. – Екатеринбург: Изд-во Рос. гос. проф.-пед. ун-та, 2013.

3. Коблякова Е.Б., Савостицкий А.В., Ивлева Г.С. Конструирование одежды с элементами САПР. – М.: Изд-во КДУ, 2007.

4. Куренова С.В., Савельева Н.Ю. Конструирование одежды. – Ростов-на-Дону: Изд-во Феникс, 2003.

5. Мишустин Н.А., Жуленов Е.П., Толкунова Т.В. Плоские кривые в инженерной практике. – Волгоград: Изд-во ВолгГТУ, 1995.

6. Фокс А., Пратт М. Вычислительная геометрия. Применение в проектировании и на производстве / Пер. с англ. – М.: Мир, 1982.

7. Левцкий В.С. Машиностроительное черчение. – М.: Высшая школа, 1988.

## REFERENCES

1. Pavlova S.V. Konstruirovaniye odezhdyy. – Ulan-Udje: Izd-vo Vostochno-Sibirskogo gos. tehnolog. un-ta, 2005.

2. Kozyreva V.B. Osnovy konstruirovaniya odezhdyy. – Ekaterinburg: Izd-vo Ros. gos. prof.-ped. un-ta, 2013.

3. Kobljakova E.B., Savostickij A.V., Ivleva G.S. Konstruirovaniye odezhdyy s jelementami SAPR. – M.: Izd-vo KDU, 2007.

4. Kurenova S.V., Savel'eva N.Ju. Konstruirovaniye odezhdyy. – Rostov-na-Donu: Izd-vo Feniks, 2003.

5. Mishustin N.A., Zhulenov E.P., Tolkunova T.V. Ploskie krivye v inzhenernoj praktike. – Volgograd: Izd-vo VolgGTU, 1995.

6. Foks A., Pratt M. Vychislitel'naja geometrija. Primenenie v proektirovanii i na proizvodstve / Per. s angl. – M.: Mir, 1982.

7. Levickij V.S. Mashinostroitel'noe cherchenie. – M.: Vysshaja shkola, 1988.

Рекомендована кафедрой инженерной графики и прикладной механики. Поступила 30.03.16.

---