УДК 621.01+ 687.05

МОДЕЛИРОВАНИЕ ОРИЕНТАЦИИ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПАР МАНИПУЛЯТОРОВ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

MODELING OF THE ORIENTATION KINEMATIC PAIRS MANIPULATORS BY FINITE ELEMENT METHOD

Е. ТЕМИРБЕКОВ, Ж. УСЕНБЕКОВ,
Y. TEMIRBEKOV, ZH. USENBEKOV

(Алматинский технологический университет, Республика Казахстан)
(Almaty Technological University, Republic of Kazakhstan)
E-mail: temirbekove@mail.ru, zh.usenbekov@mail.ru)

Одним из методов расчета рычажных механизмов является метод конечных элементов. В статье предлагается подход, который позволяет использовать метод конечных элементов для анализа жесткости и прочности манипуляторов с кинематическими парами произвольной ориентации в пространстве. Решение основного уравнения равновесия метода конечных элементов рассматривается в локальных системах координат узлов. Показано применение метода для моделей с различными пространственными кинематическими парами.

One of the methods for calculating the mechanisms - finite element method. Here is given an approach that allows the use of finite element method to analyze the stiffness and strength of manipulators with kinematic pairs of an arbitrary orientation in space. Solution of the basic equation of equilibrium finite element method is considered in the local coordinate system nodes. Application of the method is shown for models with different spatial kinematic pairs.

Ключевые слова: манипулятор, механизм, кинематическая пара, МКЭ.

Keywords: manipulator, mechanism, kinematic pair, FEM.

Автоматизация основных технологических операций в различных отраслях промышленности, в том числе и в легкой, и текстильной, достигла такого уровня, что вспомогательные операции транспортировки и складирования полуфабрикатов, изделий и отходов производства, загрузки и разгрузки технологического оборудования требуют создания новых, высокоэффективных средств выполнения этих операций. Манипуляторы на базе рычажных механизмов оказались тем недостающим звеном, появление которого позволяет решать задачи комплексной автоматизации на более высоком уровне, объединяя основное технологическое оборудование, подъемно-транспортные машины и механизмы предприятия в единый автоматизированный комплекс. Такие манипуляторы содержат механизмы, например, дифференциальной подачи материала швейных машин; отклонения иглы петельного полуавтомата; системы автоматического регулирования линейной плотности ленты ленточной машины; импульсивного вариатора скорости и др. На этом оборудовании применяются манипуляционные механизмы традиционной последовательной структуры с разным числом степеней свободы. Манипуляторы на базе плоских рычажных механизмов имеют кинематические пары с взаимно параллельными осями, поэтому для расчета на жесткость и прочность может быть применен метод конечных элементов (МКЭ) [1…6]. У манипуляторов на базе пространственных рычажных механизмов (МПРМ) ориентация пар в пространстве произвольна. Рассмотрим задачу учета таких пар в МКЭ – с учетом отсутствия связи между некоторыми элементами пар. Как известно, в паре вращения реактивный момент равен нулю, а в ползунной паре – реакция по ее направлению. Для учета отсутствующего компонента, то есть для того, чтобы приравнять его нулю, необходимо рассмотреть уравнения равновесия, содержащие эти компоненты вектора реакции. Очевидно, такими уравнениями являются уравнения равновесия в проекциях на оси пар. Но в МКЭ основная система уравнений составляется из уравнений равновесия узлов в проекциях на оси глобальной системы координат (ГСК). Следовательно, ГСК должна быть выбрана таким образом, чтобы ее ось была параллельна кинематической оси. Но ГСК одновременно не может быть параллельна осям всех пар МПРМ. Здесь предлагается метод, позволяющий применять МКЭ для анализа пространственных МПРМ с произвольно ориентированными парами. Для того чтобы приравнять к нулю недостающие компоненты векторов реакций, необходимо рассмотреть уравнения равновесия для пар в проекциях на оси, содержащие эти компоненты. Чтобы получить эти уравнения, в каждую пару введем локальную систему координат (ЛСК) [7] таким образом, чтобы ось кинематической пары и ось ЛКС совпадали. Тогда уравнение равновесия кинематической пары в ЛСК этой кинематической пары будет включать нулевые компоненты вектора реакций. Например, если ось шарнира или ось ползуна не параллельна оси ГСК, то уравнение равновесия пары в проекции на ось в ГСК не содержит нулевые компоненты реакции.

В этой работе рассмотрены основные уравнения равновесия МКЭ – не в ГКС модели, а в ЛСК кинематических пар. Такой подход позволяет рассматривать отсутствие связей в парах в любом направлении, это позволяет моделировать МПРМ с парами произвольной ориентации в пространстве. Здесь неизвестные задачи – упругие перемещения узлов в их ЛСК. Вектор внешних нагрузок должен быть также задан в ЛСК узлов. Матрицы жесткости элемента (МЖЭ) и жесткости системы (МЖС) должны быть вычислены в ЛСК узлов. Корректность такого подхода показывается здесь с помощью уравнений преобразования. Для моделирования пар используется метод, называемый методом жестких узлов [7], – по аналогии с [8]. В общем случае в паре соединены "n" групп стержней ($n\geq1$). Каждая группа состоит из $k_i\geq1$, $i=1,\ldots,n$ жестко связанных стержней. И для каждой степени свободы эти группы имеют свои собственные кинематические и силовые параметры. Тогда любая пара представляет собой сочетание жестких узлов, находящихся в одной координатной точке и имеющих К общих степеней свободы (К – класс пары). Другими словами, пара моделируется не вся, как это принято в МКЭ для стержневых конструкций, а моделируется каждый элемент кинематической пары.

Рассмотрим пары, для которых $3\leq K\leq5$, где К – класс пары. Найдем степени свободы W (с точки зрения МКЭ) пар, состоящих из k жестких узлов. Очевидно, что это представляет собой сумму общих степеней свободы и дополнительных степеней свободы узлов $W=K+k(6-K)$. N степеней свободы модели МПРМ имеют вид:

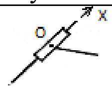
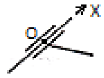
$$N = 6n_{ж} + \sum_{i=1}^{n_{ш}} (K_i + k_i(6 - K_i)) - n_{г} ,$$

где $n_{ж}$ – число жестких узлов; $n_{ш}$ – число пар; $n_{г}$ – число степеней свободы границ; $k_i(i=1,\ldots,n_{ш})$ – число жестких узлов, включенных в i-ю пару; $K_i(i=1,\ldots,n_{ш})$ – класс i-й пары.

Таким образом, при составлении конечно-элементной модели МПРМ любая i-я пара представляет собой сочетание k_i жестких узлов. Она расположена в одной координатной точке и имеет K_i общих степеней свободы. Метод жестких узлов имеет возможность учета сложных пар, для которых не могут быть применены традиционные МКЭ. Например, шарнир между двумя или более базовыми трехшарнирными звеньями; нет необходимости преобразования матриц жесткости элементов кинематически связанных элементов, прежде чем строить глобальную МЖС; введение в число неизвестных линейно зависимых компонент.

Положение оси пары по отношению к ГСК OXYZ известно через углы α, β, γ между кинематической осью и осями OX, OY, OZ. Число кинематических осей S зависит от вида пары. Поступательная, вращательная и цилиндрическая пары имеют только одну ось S. Сферический шарнир с пальцем имеет две оси. Одна совпадает с осью пальца и другая – с линией, проходящей перпендикулярно щели пальца. Для пар класса IV и V с одной осью S локальную ось Ox направим вдоль оси S. Очевидно, что каждая пара имеет одну общую ЛСК. Информация о расположении ЛСК узлов относительно ГСК дается с помощью матриц направляющих косинусов. Для кинематической пары также мы укажем степени свободы. То есть для пары необходимо указать информацию – какие степени узлов свободы являются общими, а какие – кинематическими. В табл. 1 представлены типы пар, используемых в МПРМ.

Таблица 1

Пара	5-й класс, вращательная	5-й класс, поступательная	4-й класс, цилиндр	4-й класс, сфера с пальцем
Обозначение				
Нулевые усилия	M_x	N_x	N_x, M_x	M_x, M_y
Ориентация ЛСК	Ox вдоль оси вращения	Ox вдоль ползуна	Ox вдоль оси вращения	Ox вдоль пальца, Oy – $\perp$ прорези

Показаны ориентация в пространстве их ЛСК, а также компоненты отсутствующих реакций. Нами разработана программа на основе [7], в ней изменен входной массив ID, формирующийся так: если по j-й степени свободы (J = 1, ..., 6) i-го узла накладывается граничное условие, то ID(i,j)=-1; если по j-й степени свободы возможно перемещение, то ID(i,j)=0; если узлы $i_1, i_2, \ldots, i_k$ образуют одну пару, то выбирается: $\ell=\min\{i_1, i_2, \ldots, i_k\}$; $ID(\ell,j)=0$, $\forall j$; $ID(i_1,j)= = ID(i_2,j)=\ldots=ID(i_k,j)=\ell$; $ID(i_1,j)= ID(i_2,j)= = \ldots = ID(i_k,j)=0$, где j – кинематическая степень свободы пары. Общая j-я степень свободы узлов, входящих в одну кинематическую пару, описывается в массиве ID одним нулем в j-м столбце и в строке, которая соответствует узлу этой пары с минимальным номером ℓ. Для остальных узлов пары в j-й столбец заносится число ℓ. Число ℓ показывает, что эти узлы составляют пару с ℓ-м узлом. Каждая строка матрицы ID задается в ЛСК соответствующего узла. То есть элементы i-й строки описывают степени свободы ℓ-го узла в его ЛСК. Тогда при подсчете количества глобальных степеней свободы N и их нумерации: "0" в массиве ID последовательно заменяется глобальными степенями свободы; "-1" заменяются на "0"; а каждое целое число $\ell>0$ в j-м столбце заменяется на $ID(\ell,j)$, то есть на глобальный номер j-й степени свободы i-го узла, уже определенный ранее. Процедура проста и может быть записана в таком виде: присвоить N=1; в цикле по i=1,...n и по j=1,..6; если ID(i,j)<0, то присвоить ID(i,j)=0; если ID(i,j)=0, то присвоить ID(i,j)=N; если ID(i,j)>0, то ID(i,j)=ID(ID(i,j),j); присвоить N=N+1. Таким образом, вид и класс пары задаются с помощью массива ID. Пусть узлы i и j образуют пару и i<j. Тогда i-я строка массива ID будет иметь вид: $[\,0 \;\; 0 \;\; 0 \;\; 0 \;\; 0 \;\; 0\,]$. Строка "j" зависит от типа и класса пары. Покажем строку ID, соответствующую j-му узлу:

1. Для вращательной пары (5-й класс): $[\,i \;\; i \;\; i \;\; 0 \;\; i \;\; i\,]$, 4-я степень свободы – вращение вокруг оси Ox ЛСК пары, явля-

ется кинематической; а остальные 5 – общие с i-м узлом.

2. Для поступательной пары (5-й класс): $\begin{bmatrix}0 & i & i & i & i & i\end{bmatrix}$, 1-я степень свободы - поступательное по оси Ох ЛСК пары, является кинематической; а остальные 5 – общие с i-м узлом.

3. Для цилиндрической пары (4-й класс): $\begin{bmatrix}0 & i & i & 0 & i & i\end{bmatrix}$, кинематическими являются 1-я степень свободы – поступательное движение по оси Ох ЛСК пары, и 4-я степень свободы – вращение вокруг оси Ох ЛСК пары; а остальные 4 степени свободы – общие с i-м узлом.

4. Для сферической пары с пальцем (4-й класс): [i i i 0 0 i], кинематические – 4-я и 5-я степени свободы – вращение вокруг осей Ох и Оy, а остальные 4 – общие с i-м узлом.

5. Для сферической пары (3-й класс): [i i i 0 0 0], кинематические – 4, 5 и 6-я степени свободы – вращение вокруг Ох, Оy, Oz ЛСК пары; остальные 3 – общие с i-м узлом.

ВЫВОДЫ

1. В работе представлена методика моделирования, которая позволяет использовать метод конечных элементов для анализа жесткости и прочности манипуляторов с кинематическими парами произвольной ориентации в пространстве.

2. Решение основного уравнения равновесия метода конечных элементов предлагается рассматривать в локальных системах координат узлов. Показана методика применения моделирования с различными пространственными кинематическими парами.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ковалев В.В.* Жесткость элементов шарнирных соединений звеньев в динамике гусеничного движителя: Дис…. канд. техн. наук. – Барнаул, 2007.
2. *Горобцов А.С.* Разработка методов анализа пространственной кинематики и динамики механизмов и машин: Дис…. докт. техн. наук. – Волгоград, 2002.
3. *Doshi N.P., Ingole N.K.* Analysis of Connecting Rod Using Analytical and Finite Element Method // International Journal of Modern Engineering Research (IJMER) www.ijmer.com. – Vol.3, Issue.1, Jan-Feb, 2013. P.65…68.
4. *Miklos Imre Zsolt, Miklos Cristina* Modeling and analyses plan mechanisms with Adams 12. Annals of the faculty of engineering hunedoara –T. II, 2004. Fascicole 3. P.101…105.
5. *Nicolae Dumitru, Raluca Malciu, Madalina Calbureanu.* Contributions to the Elastodynamic Analysis of Mobile Mechanical Systems Using Finite Element Method. Recent Advances in Robotics, Aeronautical and Mechanical Engineering. – 2007. P.116…121.
6. *Бате К., Вилсон Е.* Численные методы анализа и метод конечных элементов. – М.: Мир, 1984.
7. *Джолдасбеков У.А., Темирбеков Е.С.* Некоторые аспекты анализа и синтеза механизмов высоких классов. – Астана: Акмолинский ЦНТИ, 2006.

Рекомендована Научно-техническим советом. Поступила 05.05.15.