

УДК 621.01; 539.3; 539.62

**КИНЕМАТИКА, УСТОЙЧИВОСТЬ И ДИНАМИКА
ПРОСТРАНСТВЕННОГО УПРУГОДЕФОРМИРУЕМОГО МЕХАНИЗМА**

**KINEMATICS, STABILITY AND DYNAMICS
OF ELASTIC-DEFORMABLE SPATIAL MECHANISMS**

*Б.К. НУРАХМЕТОВ, К.З. САРТАЕВ, Ж.М. МЫРЗАГЕЛЬДИЕВА, Ж.Т. ЖУМАШЕВА
B.K. NURAKHMETOV, K.Z. SARTAYEV, ZH.M. MYRZAGELDIEVA, ZH.T. ZHUMASHEVA*

**(Алматинский технологический университет, Республика Казахстан,
Экибастузский инженерно-технический институт
имени академика К.И. Сатпаева, Республика Казахстан)
(Almaty Technological University, Republic of Kazakhstan,
Ekibastuz Engineering and Technical Institute
named after academician K.I. Satpayev, Republic of Kazakhstan)**

E-mail: b.nurakhmetov@mail.ru; k.sartaevkz@mail.ru; zhanat_atu@mail.ru; Zhadyra_14@mail.ru

Решена задача кинематики пространственного механизма и параллельного манипулятора со многими степенями свободы; методом конечных элементов исследована устойчивость пространственного парал-

лельного манипулятора с упругодеформируемыми, однородными, изотропными звеньями. Разработана конечно-элементная методическая основа исследования динамического напряженно-деформированного состояния механизма и манипулятора с упругомассовыми звеньями при действии различных статических, динамических сил. На основе предложенных методик разработаны алгоритмы и пакет прикладных программ для расчета кинематики, устойчивости, динамического напряженно-деформированного состояния пространственного упругого механизма, параллельного манипулятора.

The problem of kinematics analysis of flat spatial parallel manipulators (SPM) and spatial mechanisms with several degrees of freedom, is solved; with help of finite element approach is researched the analysis of elastic stability of SPM with homogeneous, isotropic, elastic - deformable parts; finite - element digitization develops a uniform methodical basis of research of the strain-deformed state (SDS) of the chosen dynamic model elastic - mass SPM, spatial, flat mechanisms with account of forces of friction in rods; algorithms and a complex of computing programs for calculation of kinematics, elastic stability, the dynamic SDS of elastic SPM are developed.

Ключевые слова: манипулятор, метод конечных элементов, кинематика, устойчивость, динамика, сила, упругость, пространственный механизм.

Keywords: manipulators, finite-element method, kinematics, stability, dynamics, load, elastic, spatial mechanisms.

В последнее время огромный интерес представляют исследования в области параллельных манипуляторов (ПМ) за счет использования параллельных пространственных кинематических цепей замкнутого типа [1...3]. В Казахстане на основе пространственных механизмов высоких классов (ПМВК) созданы новые конструкции ПМ, которые защищены патентами Республики Казахстан [4].

При исследовании ПМ наряду с кинематическими исследованиями актуальность приобретают проблемы напряженно-деформированного состояния (НДС) и устойчивости с учетом упругости звеньев [5...8]. В реальных ПМ в процессе работы их звенья находятся в сложном НДС, которое оказывает решающее влияние на их точность, жесткость, прочность и устойчивость. Исследованию механизмов и машин с упругодеформируемыми звеньями посвящены работы [6]. Исследование упругой устойчивости, квазистатического и динамического НДС ПМ является одной из

наиболее сложных проблем и еще далеко от полного завершения. Поэтому проведение расчета и полной оценки НДС, устойчивости ПМ с упругими звеньями на основе их конечно-элементной модели требует дальнейшего исследования, что и обуславливает актуальность темы работы.

ПМ находят все более широкое применение в качестве подъемно-транспортных систем в различных отраслях промышленности в силу их уникальных возможностей по точности и грузоподъемности. Рассматриваемый в данной работе ПМ с шарнирным соединением звеньев обладает функциональными возможностями, соответствующими подъемно-транспортным и технологическим операциям текстильной и легкой промышленности.

1. *Кинематический анализ ПМ.* Задачи кинематики механизмов приходится решать на различных этапах проектирования. Анализ литературы показывает, что разработка ПМ с различными кинематическими парами (КП) для возможности по-

всестороннего применения, решения и анализа прямой задачи о положениях с помощью универсальных машинных алгоритмов и программ является актуальной задачей. В работах [2], [9] представлено решение матричных уравнений, необходимых для анализа кинематики замкнутых одноконтурных и многоконтурных пространственных механизмов, содержащих вращательные и цилиндрические КП.

В данной работе рассматривается пространственный механизм [1] с шарнирным соединением звеньев (рис. 1).

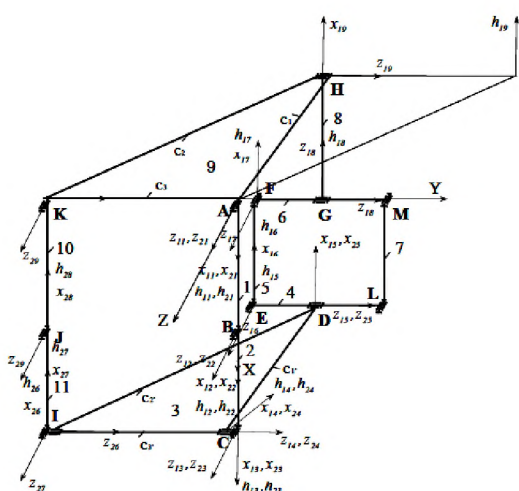


Рис. 1

В общем случае ПМ может иметь произвольное число контуров L , произвольное число степеней свободы p . Каждый контур состоит из n_j звеньев, $j=1, \dots, L$ – число контуров. Приведенный на рис. 1 ПМ состоит из двух контуров. Первый контур образуется звеньями, которые ограничены КП 1-2-3-4-9-10-11-1, а второй контур – КП 1-2-3-4-5-6-7-8-1.

КП на рис. 1 пронумерованы жирными заглавными латинскими буквами, а звенья

– нежирными арабскими цифрами. Длины звеньев принимают следующие значения (рис. 1):

$$\begin{aligned} l_1 = l_8 = l_{10} &= 0,3 \text{ м}, \\ l_4 = l_6 &= 2l_2 \text{ м}, \\ l_2 = l_5 = l_7 = l_{11} &= l_1 \sqrt{2} \text{ м}, \\ l_{c_1} = l_{c_2} = l_{c_3} = l_{c_4} = l_{c_5} = l_{c_6} = l_{c_7} &= 2l_2 \text{ м}. \end{aligned} \quad (1)$$

Инерциальная система координат (ИСК) XYZ жестко соединена со звеном 9, начало которой находится в узле 1. Так как механизм имеет $p=3$ степеней свободы (звенья 1, 8, 10 – ведущие), то в механизме имеются $(N-p)$ зависимых углов для вращательной КП, где N – число КП. Относительное движение сочленений передается звеньями, в результате чего они занимают в пространстве заданное положение по отношению ИСК.

На основе разработанной методики [2], [9], аналитического и численного исследования кинематики ПМ (рис. 1) для заданных законов движения ведущих звеньев проведен кинематический расчет для определения положений и траекторий точек сочленения звеньев и анализ кинематики построением графиков изменения искомым функций в зависимости от времени.

Используя матрицу $[S_{ji}]$, определяемую параметрами Уикер-Денавит-Хартенберга, по известным координатам $(1, x_{i+1}, y_{i+1}, z_{i+1})$ точки $(i+1)$ -го звена пространственного механизма в системе координат $X_{j(i+1)}Y_{j(i+1)}Z_{j(i+1)}$, жестко связанной с этим звеном, получаем координаты этой точки в ИСК XYZ , связанной с начальным сочленением начального звена в соответствии со следующей формулой [2]:

$$\begin{pmatrix} 1, X_{j(i+1)}, Y_{j(i+1)}, Z_{j(i+1)} \end{pmatrix}^T = [S_{ji}] \begin{pmatrix} 1, x_{j(i+1)}, y_{j(i+1)}, z_{j(i+1)} \end{pmatrix}^T. \quad (2)$$

Для проверки эффективности итерационного метода Уикер-Денавит-Хартенберга [2], [9] разработан алгоритм моделирования на ПЭВМ задачи кинематики и составлена программа [10] для проведения кинематического анализа многоконтурно-

го ПМ с вращательными КП со многими степенями свободы (рис. 1).

В расчетах все линейные размеры переведены в метры.

Запишем символическое уравнение для отдельных контуров [2], [9].

Результаты численного расчета кинематики исследуемого ПМ. Применяемый метод позволяет определить траектории точек соединения звеньев механизма, а также углы поворотов звеньев для любого момента времени. Метод позволяет аналитически записать уравнения движения кинематики, определить положения точек пространственно-рычажного механизма через углы поворотов звеньев.

Траектории точек ПМ представлены на рис. 2.

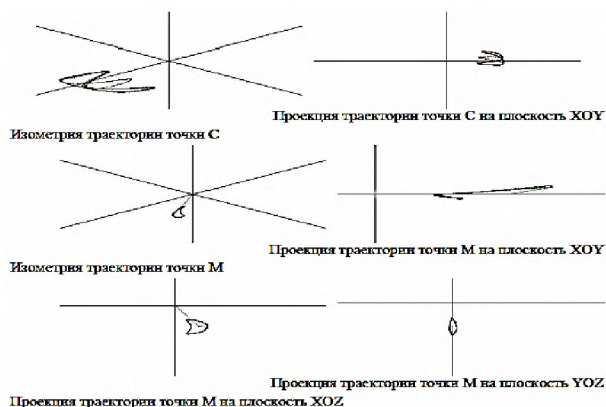


Рис. 2

2. Упругая устойчивость ПМ. Разрабатываемый алгоритм расчета ПМ (рис. 1), состоящего из множества стержневых элементов, реализуется методом конечных элементов (МКЭ) в форме метода перемещений [11].

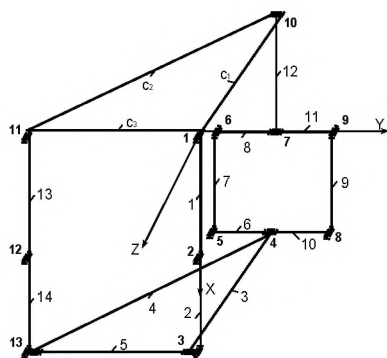


Рис. 3

Для описания конечно-элементной модели ПМ разбиваем на прямолинейные

стержневые элементы, соединенные в узлах. Исследуемый ПМ [1] (рис. 3) при конечно-элементном моделировании состоит из 15 стальных элементов, 13 узлов. Здесь звено 15 является стойкой.

Каждому элементу ПМ присваивается набор упругих постоянных материала:

$$E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}, \quad \rho = 7900 \text{ кг/м}^3, \quad \nu = 0,25, \quad (3)$$

где E – модуль упругости, ν – коэффициент Пуассона; ρ – плотность материала.

Звенья ПМ изготовлены из стальных стержней кругового поперечного сечения.

При выпучивании интенсивность внутренних продольных усилий считается в λ раз больше интенсивности внешних сил, действующих на ПМ [5], [8]:

$$([K] + \lambda[C])\{U\} = \{F_{\Delta F}\} + \{F_{\Delta p}\}. \quad (4)$$

Здесь $[C]$ – матрица устойчивости системы; $\{F_{\Delta F}\}$, $\{F_{\Delta p}\}$ – консервативные объемные и поверхностные узловые нагрузки.

Наименьшее значение λ , при котором система (3) имеет нетривиальное решение, является критическим параметром для заданных внешних нагрузок.

Система (4) приведена к стандартной задаче нахождения собственных значений и собственных векторов в виде:

$$[H]\{U\} = \lambda\{U\}, \quad (5)$$

где $[H] = [C]^{-1}[K]$; $\{U\}$ – нормированные собственные векторы.

Конечно-элементным подходом разработан алгоритм [5], [8] и программа расчета на квазистатическую устойчивость ПМ с упругодеформируемыми звеньями при действии различных внешних сил и моментов. Она предназначена для решения полной проблемы собственных значений и оформлена в виде стандартной программы. Решены задачи о НДС под действием найденных критических сил.

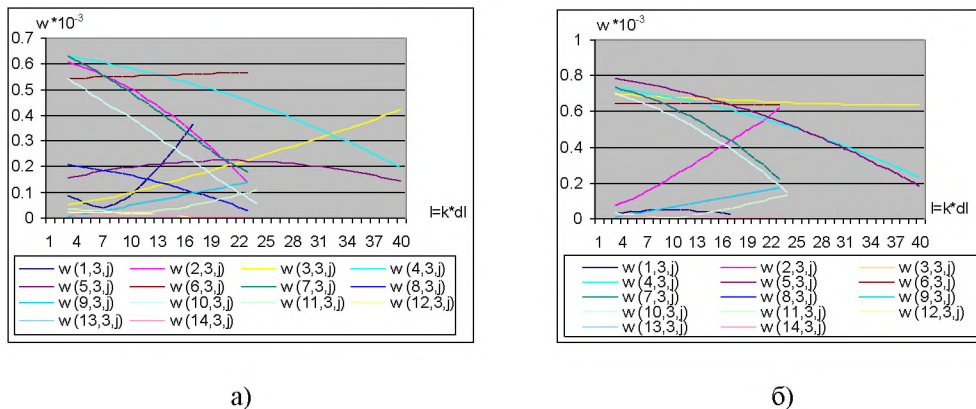


Рис. 4

Результаты расчета квазистатической устойчивости исследуемого ПМ. При приложении найденных критических сил в узлах 3, 7, 9 ПМ наибольшие прогибы элементов показаны на рис. 4-а. При добавлении к вышеуказанным силам горизонтальной критической силы, совпадающей с направлением оси OZ, на рис. 4-б показаны максимальные прогибы звеньев в квазистатическом положении ПМ. На этих графиках по горизонтали приведено число шагов по длине звеньев (шаг равен отношению длины звеньев к числу шагов), а по вертикали – прогибы. На рис. 4 представлены прогибы элементов ПМ: $w(1,3,j), \dots, w(14,3,j)$ – прогибы элементов (первый индекс – номер элемента, второй – номер упругих перемещений, третий – номер положений ПМ); $d\ell$ – шаг по длине элемента; k – число малых отрезков по длине элемента ℓ).

3. *Динамическое НДС ПМ.* В предлагаемой работе смоделировано динамическое НДС ПМ с различными степенями свободы.

Разработаны единые методические основы, алгоритм, комплекс вычислительных объектно-ориентированных пакетов прикладных программ для исследования динамики упругодеформируемого ПМ при действии различных сил.

Для решения задачи динамического НДС ПМ применяется метод Ньюмарка [7], [8]:

$$[S]\{U\}_{t+\Delta t} = \{R_s(t)\}_{t+\Delta t}, \quad (6)$$

где $\{R_s(t)\}_{t+\Delta t} = \{F_B^{(1)}(t)\} + [M]\{b_n\} + [C_D]\{b_m\} + \{F_n^{(1)}(t)\} + \{F_k^{(1)}(t)\}$ – эффективная нагрузка; $[S] = a_0[M] + a_1[C_D] + [K]$ – эффективная матрица жесткости; $\{F_B^{(1)}(t)\}$ – внешние динамические силы, $\{F_n^{(1)}(t)\}$ – узловые силы инерции, $\{F_k^{(1)}(t)\}$ – дополнительные узловые силы; $[C_D]$ – внутреннее трение в материале, определяемое по Релею; $[K]$ – матрица жесткости системы с учетом вида кинематических пар механизмов; коэффициенты a_0, a_1 зависят от шага по времени Δt и определяются по вычислительному эксперименту по двум значениям коэффициентов демпфирования, относящимся к двум нижшим частотам колебаний механизмов; коэффициенты $\{b_n\}, \{b_m\}$ являются линейной комбинацией векторов упругих и кинематических перемещений, скоростей и ускорений, полученных в предыдущих шагах интегрирования. Выбор оптимального шага по времени при вычислении значений упругих перемещений $\{U_{t+\Delta t}\}$ узлов в момент времени $t + \Delta t$ производится путем численного эксперимента и обеспечивает учет всех пиковых частей переменных нагрузок, а также устойчивость вычислительного процесса [7], [8].

Для проверки эффективности метода Ньюмарка все полученные выше формулы систематизированы в последовательный алгоритм, составлены прикладные программы для исследования динамического НДС и реализованы на ПЭВМ для много-

контурного ПМ со многими степенями свободы с естественной разбивкой на 14 стержневых элементов с 13 узлами (рис. 3). На всех сочленениях имеются только шарнирные соединения. Изучены изменения максимальных значений упругих динамических усилий, перемещений, напряжений в сечениях элементов манипулятора при действии различных сил. Проанализировано НДС исследуемого манипулятора при полном его функционировании для других вариантов нагружения и кинематических параметров.

Результаты расчета динамического НДС исследуемого ПМ. Определены максимальные значения упругих перемещений и внутренних усилий в произвольных сечениях элементов ПМ при его полном функционировании.

При дополнительном приложении к этим силам внешней сосредоточенной поперечной силы в направлении оси Z в узле 4 сильно изменятся величины упругих перемещений в этом узле в направлении приложенной силы, в остальных узлах изменение упругих перемещений незначительное. Заметное уменьшение происходит в значении крутящего момента в 3-м элементе изгибающего момента и поперечной силы в 6-м элементе.

Наряду с вертикальными сосредоточенными силами, приложенными в узлах 3,7,9, учет сил инерции во всех узлах в связи с большим значением сосредоточенных сил приводит к незначительным изменениям элементов упругого НДС ПМ.

Увеличение угловой скорости ведущих звеньев 1,12,13 на порядок приводит к пропорциональному изменению всех упругих перемещений.

ВЫВОДЫ

1. На основе разработанной методики аналитического и численного исследования кинематики, разработанного алгоритма и программы [10] определены траектории точек ПМ с шарнирным соединением звеньев для заданных законов движения ведущих звеньев. Построены графики из-

менения искомых функций и траекторий точек ПМ со многими степенями свободы в зависимости от времени. С применением эффективного машинно-ориентированного итерационного метода Уикер-Денавит-Хартенберга с шестью параметрами и Гаусса-Зейделя верхней релаксации [8] осуществлен исчерпывающий анализ кинематики пространственного механизма с вращательными кинематическими парами.

2. Разработанный алгоритм и программа для исследуемого пространственного механизма дали хорошие результаты и показывают применимость этого метода для решения широкого класса ПМ с произвольным числом контуров и произвольным расположением звеньев с различными КП.

3. С помощью МКЭ проводится компьютерное моделирование устойчивости упругого ПМ с вращательными КП. Разработан системный подход создания теоретической основы механико-математической модели НДС ПМ, упругой устойчивости, разработан алгоритм и составлен пакет прикладных программ, обеспечивающие по комплексному исследованию упругой устойчивости, НДС ПМ с упругими и геометрическими характеристиками, подверженных различным статическим и динамическим нагрузкам. Они позволяют произвести полный количественный анализ критических сил, закономерностей распределения перемещений, напряжений в точках любых пространственных двухузловых стержневых расчетных элементов изучаемого ПМ.

4. Проведена подробная детализация всех этапов вычислений для получения значений искомых величин путем реализации разработанных программных средств по исследованию динамического НДС ПМ. Разработанные алгоритмы и программы позволяют произвести полный количественный анализ динамических усилий, напряжений, выявить наиболее нагруженные звенья, наихудшие положения ПМ с различными кинематическими парами, геометрическими и физическими характеристиками.

1. Лю Х., Танг Х., Ванг Дж. Анализ сингулярностей нового параллельного манипулятора с поворотными приводами // XI Всемирный Конгресс IFToMM. – Тяньцзинь, Китай, 2004, 1-4 апреля. С.1977...1981.
2. Уйкер мл. Динамика пространственных механизмов. – Часть 1. Точные уравнения движения // Конструирование и технология машиностроения. – 1969, №1. С. 264...270.
3. Глазунов В.А., Колискор А.Ш., Крайнев А.Ф. Пространственные механизмы параллельной структуры. – М.: Наука, 1991.
4. Байгунчечков Ж.Ж., Нурахметов Б.К., Байгунчечков Н.Ж. и др. Кинематика параллельного манипулятора с функционально независимыми приводами. – Часть I, II // Мат. VII Междунар. конф. по контролю, автоматизации, роботизации и управлению. – Сингапур: ICARCV, 2002. С. 101...111.
5. Еременко С.Ю. Методы конечных элементов в механике деформируемых тел. – Харьков: Харьковск. ун-т, Изд-во: Основа, 1991.
6. Масанов Ж.К., Темирбеков Е.С., Биртанов Е.А. Анализ сил и колебаний конструкций механизмов высоких классов пространственной топологии. – Деп. в КазГосИНТИ, №6871-КА96. Деп. от 12.04.96г.
7. Агапов В.П. Метод конечных элементов в статике, динамике и устойчивости пространственных тонкостенных подкрепленных конструкций. – М.: "АСВ", 2000.
8. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975.
9. Уйкер, Денавит, Хартенберг. Итерационный метод анализа перемещений пространственных механизмов // Конструирование и технология машиностроения. – 1965, №1. С. 169...176.
10. Бартеньев О.В. ФОРТРАН для профессионалов. Математическая библиотека IMSL. – М.: ДИАЛОГ МИФИ, 2000. – В 3-х частях.
11. Бате К., Вилсон Е. Численные методы анализа и метод конечных элементов. – М.: Стройиздат, 1982.
1. Lju H., Tang H., Vang Dzh. Analiz singularnostej novogo parallel'nogo manipuljatora s povorotnymi privodami // XI Vsemirnyj Kongress IFToMM. – Tjan'czin, Kitaj, 2004, 1-4 aprelja. S.1977...1981.
2. Uiker ml. Dinamika prostranstvennyh mehanizmov. – Chast' 1. Tochnye uravnenija dvizhenija // Konstruirovanie i tehnologija mashinostroenija. – 1969, №1. S. 264...270.
3. Glazunov V.A., Koliskor A.Sh., Krajnev A.F. Prostranstvennye mehanizmy parallel'noj struktury. – M.: Nauka, 1991.
4. Bajgunchekov Zh.Zh., Nurahmetov B.K., Bajgunchekov N.Zh. i dr. Kinematika parallel'nogo manipuljatora s funkcional'no nezavisimymi privodami. – Chast' I, II // Mat. VII Mezhdunar. konf. po kontrolju, avtomatizacii, robotizacii i upravlennii. – Singapur: ICARCV, 2002. S. 101...111.
5. Eremenko S.Ju. Metody konechnyh jelementov v mehanike deformiruemyh tel. – Har'kov: Har'kovsk. un-t, Izd-vo: Osnova, 1991.
6. Masanov Zh.K., Temirbekov E.S., Birtanov E.A. Analiz sil i kolebanij konstrukcij mehanizmov vysokih klassov prostranstvennoj topologii. – Dep. v KazGosINTI, №6871-КА96. Dep. ot 12.04.96g.
7. Agapov V.P. Metod konechnyh jelementov v statike, dinamike i ustojchivosti prostranstvennyh tonkostennyh podkreplennyh konstrukcij. – M.: "ASV", 2000.
8. Zenkevich O. Metod konechnyh jelementov v tehnike. – M.: Mir, 1975.
9. Uiker, Denavit, Hartenberg. Iteracionnyj metod analiza peremeshhenij prostranstvennyh mehanizmov // Konstruirovanie i tehnologija mashinostroenija. – 1965, №1. S. 169...176.
10. Barten'ev O.V. FORTRAN dlja professionalov. Matematicheskaja biblioteka IMSL. – M.: DIALOG MIFI, 2000. – V 3-h chastjah.
11. Bate K., Vilson E. Chislennye metody analiza i metod konechnyh jelementov. – M.: Strojizdat, 1982.

Рекомендована кафедрой инженерной графики и прикладной механики АТУ. Поступила 28.09.17.